

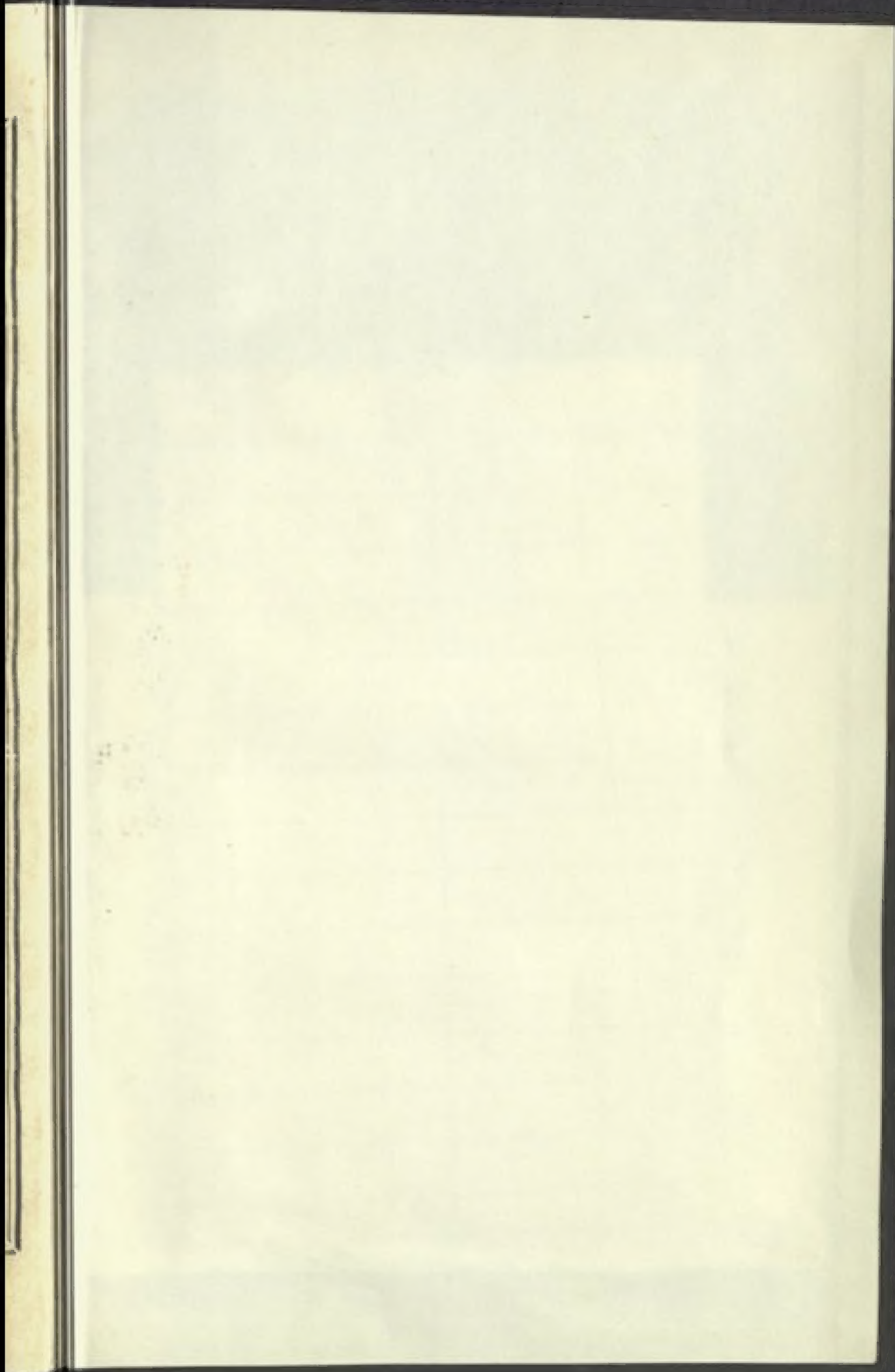
تجليد صالح القر
٢٢١٧٧

512 : L92 sA v. 1

لبّس - جبران يوسف
سبائك التبر في اصول الحجر

512
L92 sA
v. 1





512
L92A
V.1
C.1

سبائك التبر أصول الخبز

تأليف

جبران يوسف لبس

الجزء الاول

29675

حقوق الطبع محفوظة للمؤلف

طبع بالمطبعة الادبية في بيروت سنة ١٩٠٠

مقدمة الكتاب

نحمد الله تعالى وليّ النهي والامر * والواهب الخواطر نعمة الجبر *
اما بعد فهذا كتاب في اصول الجبر العربي الاصل * المنصع عما للناطقين
بالضاد من سابق الفضل * دعائي الى تأليفه حبّ القيام بخدمة علمية *
الا وهي ان اردّ الى معدن لغتنا العربية * سبائك تبراكتشف ابناءؤها
اسرارها وكوزها * واختبروا دقائقها ورموزها * وقد ازدانت الان نحور
اللغات بحلّالها * وهي عندنا مزجاة في احدى الخبايا * اذ اصبح
مصنفات الجبر قليلة الوجود * لا تفينا بالغرض المقصود * مع
كثرتها واتساع نطاقه في سائر اللغات * بتوصل اربابه العاملين الى
كشف عدة طرق وبيئات * فشمرت بعون الله عن ساعد الجد * وبذلك
غاية الوسع والجهد لادراك الضالة المنشودة * والبغية المقصودة *
فجئت فيه على اساليب تروق للمطالع والدارس * وهانذا ارفه الى الادباء
الافاضل وعمد المدارس * راجياً ان ينتقدوه بعين الروية والاختبار *
ويتحفوني بما يرونه من الملاحظات وسديد الاراء * ولهم سلفاً مزيد الشكر
والثناء * فانما اعتمدت بذلك ايفاء خدمة علمية وطنية * فان احسنت
فلله * والا فقلما يدرك المرء مثناه * وبالله المستعان آمين

تنسيق الكتاب

١ راعيت في بيان قواعده وحقايقه وشوارده * مدارك التلميذ الحساية ومعلوماته النظرية * على قدر ما تسمح له * بكتبتنا العربية * اذ لا يصح الاستناد الى قضايا لم تثبت في مؤلفاتنا * والاكتفاء بالاشارة الى عمليات لم تعود عليها اقلام تلامذتنا * فنسج على منوال المؤلفات الغربية * وتروح سهامنا طائفة غير مصيبة

٢ توجت الكتاب بما يفيد المتعلم ويروق للمعلم اذ يستدل به على مقدرة كل من تلامذته في الحساب * ويحكم بين فيه الكفاية لدرس هذا الفن منهم * فيستدرك قبل حين تحقيق رغائبه * وبلوغ اثمار اتعابه * فضلاً عن ان التلميذ يفهم لغة الجبر ومقاصده * ويتحقق فضله على الحساب وفوائده * فيطرق بابه عن رغبة وبوسع له فكره وقلبه

٣ قسمت ابوابه وفصوله * على نوع يسهل ادراكه ويقرّب مناله وشفعت كل قاعدة بالبيانات اللازمة عليها * والملاحظات والنتائج اللاحقة بها * مسهباً فيما استلزم التوضيح * مختصراً ما تفي حقه الدلالة والتلميح

٤ ذيلت كل قاعدة بامثلة للتمرين متنوعة على اختلاف الصور

والاشكال

٥ ابنت فيه لدى مناسبة البحث صور استخراج اكثر القواعد الحساية وبراينها * موضحة ما لم يسبق ذكره منها في غيره كاستهلاك الدين * او الاتيان بصورته كبرهان الخطأين * كل ذلك مما عينت به نعمة للفائدة وبالله الهداية والتوفيق

الباب الاول

في الجبر وموضوعه واصطلاحاته

- ١ الجبر علم يبحث عن الوصول الى الكميات المجهولة بالكميات المعروفة على صورة عامة بواسطة الحروف والاشارات والاعداد
- ٢ النكم او المقدار هو ما يقبل الزيادة او النقصان حقيقة او عقلاً كالعدد والوزن والوقت الخ نحو ، ذراعان ، خمسون اقة ، الف غرش المقادير المتشابهة هي ما كانت من جنس او نوع واحد المقادير اما معلومة كخمسة رجال واما مجهولة كعدة سنين

في الحروف

- ٣ تستعمل الحروف الهجائية كلها للدلالة على عدد الكميات او المقادير اما الأول التي من ا الى ق فللدلالة على الكميات المعروفة غالباً وما بقي من ك الى ي فللدلالة على الكميات المجهولة قد يراد في مثال واحد الدلالة على مقادير متشابهة . فيستعمل غالباً حرف واحد موسوم بعلامات مختلفة . مثاله
- | | | | | |
|------|---|---|---|-----|
| ب | ب | ب | ب | الخ |
| او ب | ب | ب | ب | الخ |
- ليس للحروف قيمة خاصة في ذاتها بل تختلف قيمة كل منها تبعاً لفرض وشروط المسألة

في الاشارات

- (٤) الاشارات الجبرية هي اشكال وضعت لافادة معاني خصوصية في حل العمليات الجبرية

مع +

(+) هي اشارة الجمع نقرأ مع وتفيد ضم ما بعدها الى ما قبلها
مثاله ٥ + ٦ خمسة مع ستة ٧ + ك سبعة مع كاف ب + د با مع دال

الـ -

(-) هي اشارة الطرح نقرأ الا وتفيد طرح ما بعدها مما قبلها اي
تنوسط بين المطروحين فتاتي عن يمين المطروح ويسار المطروح منه
مثاله ٧ - ٤ ك - ٨ ل - ب سبعة الا اربعة . كاف
الا ثمانية . لام الابهاء

تنبيه : كل حرف او عدد لم تسبقه اشارة الجمع او الطرح تقدر عن
يمينه اشارة الجمع + نحو ٥ + ك ب + د ٧ + ك
اي ٥ + ٥ + ك ب + د ٧ + ك

في ×

(×) هي اشارة الضرب نقرأ في وتفيد ضرب ما قبلها فيما بعدها
او بالعكس نحو ٥ × ٦ ٧ × ك ل × م خمسة في ستة . سبعة
في كاف . لام في م . والنقطة (.) بمعنى في ايضاً وتكتب في الاسفل
بين المضروبين نحو ٧ . ك ل . م ويندر نحو ٥ . ٦ للالتباس
تنبيه غالباً تقدر اشارة الضرب تماماً بين مضروبين احدهما غير
عدد نحو ٥ ك ب ل اي ٥ × ك ب × ل

÷ : على

(÷) هي اشارة القسمة نقرأ على وتفيد قسمة ما قبلها على ما بعدها
وتنوسط بين المقسومين فتاتي عن يمين المقسوم عليه ويسار المقسوم
نحو ٥ ÷ ٦ د ÷ ل ٣ ÷ ك ٣

($\frac{\infty}{\infty}$) هذا الخط العرضي — هو بمعنى + ايضاً يوضع تحت المقسوم وفوق المقسوم عليه نحو $\frac{٨}{٦}$ ك

(١) تفيد المعنى ذاته او النسبة ايضاً نحو ٦ : ٥ خمسة الى ستة او خمسة على ستة وكذا ٨ : ك ب : ل

= يعدل او مساو

= هي اشارة المساواة تفيد ان ما قبلها مساو او يعدل ما بعدها نحو $٧ + ٤ = ٢ + ٩$ ك $٥ + ٢ = ٣ + ٥$ اي اربعة مع سبعة تساوي تسعة مع اثنين. وكاف مع خمسة تعدل مضاعف با مع دال

< اعظم من > اقل من

< اشارة الاعظمية تقرأ اعظم من وتفيد ان ما قبلها اعظم مما بعدها مثاله $٧ < ٥$ سبعة اعظم من خمسة ك $٣ < ٥$ كاف اعظم من با > اشارة الاصغرية تقرأ اقل او اصغر من وتفيد ان ما قبلها اقل او اصغر مما بعدها نحو $٧ > ٥$ خمسة اصغر من سبعة ب $٥ > ٣$ با اقل من كاف

تنبيه: كلتا الاشارتين تفيدان عدم المساواة او الترجيح والاعظم او المرجح يكتب داخل الزاوية في كليهما

$$٣ + ب + ك - ٥ - (ك + ل)$$

(٠٠ + ٠٠) اشارة الحصر تفيد حصر او تقييد كلما بداخلها بما يسبقها ويتبعها من الاشارات نحو $٥ - (ك + ل)$ ونقرأ خمسة الاكبية كاف مع لام ي ان كلا من كاف ولام مطروح من خمسة

٠٠ + ٠٠ خط عرضي فوق عدة كميات يفيد الحصر ايضاً $٣ + ب + ك$

ونقرأ ثلاثة مع كمية ب + ك

[ب + (د - ن)]

[| إشارة الحصر أيضاً واستعمالاً على الغالب لحصر كمية أو أكثر مع كميات محصورة أيضاً نحو] ٥ - (ك + ل) [

أي أن كمية ك + ل مطروحة من ٥ وكل من ٥ وكمية (ك - ل) مضروب في أربعة ونقرأ أربعة (في) كمية خمسة الا كمية كاف مع لام تنبيه ينبغي دائماً التمييز بين إشارة الكميات المتحصرة وإشارة الجزء الأول منها مثاله

ب + ٥ - ن | إشارة الكمية + وإشارة الحد الأول ٥ -

د - (ب + ٨) - - - - -

م - (د + ٥) - - - - -

٦ ب (ب + ك) ٥

دليل القوة أو الدليل يكتب بشكل صغير فوق الكمية عن يسارها وهو يدل على عدة المرات المطلوب تكرار الكمية بقدرها مضروبة في نفسها مثاله ٦ أي ٦ × ٦ مرتين ب أي ب × ب × ب ثلاث مرات (ب + ك) ٥ أي (ب + ك) × (ب + ك) × (ب + ك) الخ مراراً تساوي ن

القوة : ٥ - حاصل ضرب كمية في نفسها مثاله

٦ : القوة الثانية أو المالية من ٦

ب : الثالثة أو الكعبية من ب

(ب + ك) ٥ : النونية من ب + ك

تنبيه كل كمية بدون دليل يقدر دليلها واحد ابداً مثاله

ب أي ب (ك - ل) أي (ك - ل) ٥

ما جذر

(٦٤) هي اشارة الجذر توضع فوق الكمية المطلوب اخذ جذرها
جذر كمية هو كمية اخرى اذا ضربت في نفسها حصلت تلك الكمية
مثاله جذر ٦٤ هو ٢ او ٤ او ٨

(٦٤) ما يكتب بشكل صغير عن يمين اشارة الجذر هو دليل
الجذر وهو ما دل على كم مرة ينبغي ان تعدد كمية اخرى لتحصل الكمية
المفروضة مثاله ٦٤ هو ٤ والدليل ٣ لان $4 \times 4 \times 4 = 64$
اما دليل الجذر المالي فيقدر ابداً مثاله ٤ اي ٤ فالدليل ٢
وهكذا يجب الجذر المالي من ٨ كـ ٤ الجذر المالي من ٨ كاف الا دل
سـ الجذر الخامس من لام مال كـ ب عـ الجذر العاشر من (ب اس)

في الاعداد

- ٥ الاعداد اما ايجابية او سلبية او مذبذبة ومثلها الحروف
- العدد الايجابي هو ما تقدمته + اشارة الجمع او الايجاب نحو ٥ اي ٥
- العدد السلي هو ما تقدمته - اشارة الطرح او النفي او السلب نحو ٥ -
- العدد المذبذب هو ما سبقته الاشارتان معا نحو ٥ مع او اللاحقة
- ٦ تحصل الاعداد السلبية من طرح عدد من اخر اصغر منه مثاله
- ٨ - ١١ فهذا الطرح اي طرح الاكبر من الاصغر غير مستعمل عادة
في الحساب انما في الجبر يدل على طرحه بواسطة الاشارات هكذا
- ٨ - ٨ - ٣ او ٣ - وهو الباقي الجبري
- ٧ لنا من ذلك هذه القاعدة لطرح عدد او مقدار من اخر اصغر منه
اطرح الاصغر من الاكبر وضع عن يمين الباقي اشارة الاكبر
- ٨ كل عدد سالي له قيمتان احدهما مطلقة والاخرى اضافية

القيمة المطلقة هي قيمة العدد بصرف النظر عن الإشارة والاضافية هي
 قيمة العدد باعتبار الإشارة مثاله — ٦ قيمته المطلقة ٦ والاضافية — ٦
 ٩ قيمة الاعداد السالبة الاعتبارية ٠ — من ٧ لو طرحنا ٤ ، ١٠ ، ٤
 وهكذا على التوالي لكانت البواقي

٣ ٢ ١ ٠ ١ ٢ ٣ الخ

ومن المعلوم في الحساب انه كلما زاد المطروح قل الباقي فالاعداد
 السالبة ١ اصغر من صفر ٢ قيمتها السالبة اصغر منه بتقدير ما تزيده قيمتها
 الايجابية ٣ الاكبر بين عددين سالبين هو اصغرهما

اي — ٥ — ٢ — ٥ — ٥ — بتقدير ما — ٥ —
 ٣ — ٦ — ٢ — ٥ — ٥ — ١٣ —

١٠ الصفر واللاشيء — الصفر جبرياً لا يفيد الفناء او العدم الذي
 ليس شيء دونه بل هو وسط بين سلسلة اعداد غير متناهية متساوية ولكنها
 متقابلة في المعنى مثاله

رجل اراد السفر شرقاً غير انه ضل وسار غرباً ٤٠٠ متر فيعبر عن
 المسافة التي قطعها بـ — ٤٠٠ فهذه لا يراد بها مسافة اقل من
 لا شيء بل مسافة اقل من صفر قدرها ٤٠٠ متراً في الجهة المتقابلة
 في العبارات الجبرية وقيمتها العددية

١١ العبارة او الكمية الجبرية هي كل كمية حوت حرفاً او اكثر مثاله

ك ٥ ب د ٣ ك + ٢ ب — ل
 ٦ (ك — ل + م)
 د — ن

١٢ العبارات الجبرية اما جذرية وهي ما كان على احد احرفها
 اشارة الجذر واما غير جذرية وهي ما خلت حروفها من تلك الاشارة مثاله

٤ ك ل — ٥ س ٢
 ٣ ل ٥ ك + ٢ ب
 ٧ ب د

١٣ العبارات الجبرية اما نامة وهي ما خلت من مقسوم عليه حرفي
نحو $ك - ل$ واما كسرية او غير صحيحة وهي ما تضمنت مقسوما عليه
حرفيا نحو $\frac{ك - ل}{د ه}$

١٤ العبارات الجبرية اما بسيطة اي ذات حد واحد وهي ما لم
ترتبط اجزاؤها بعلامة الجمع او الطرح مثاله
 $٤ ك + د ه - ٥ ب د م - \frac{٢ ب}{٤ ه}$

واما مركبة اي ذات حدود كثيرة وهي ما ارتبطت اجزاؤها بعلامة
الجمع او الطرح مثاله $٣ ك + ٢ ب د - ٥ ب د - ٣ ن$
وهي ذات اربعة حدود $٣ ك + ٢ ب د - ٥ ب د - ٣ ن$
اي ان كل اشارة تتبع الحد المتقدمة عليه

تسمى العبارة او الكمية الجبرية ثنائية نحو $ب - ل$ او ثلاثية نحو
 $د - ٥ + ٥$ او رباعية الخ تبعاً لعدد حدودها

١٥ درجة الحد . تقدر درجة الحد بقدر مجموع دلائل حروفه
مثاله $٣ ك د ٦ م ن$

درجة الحد الاول رابعة ودرجة الثاني خامسة

١٦ الحدود المتجانسة . اذا كانت كل الحدود من درجة واحدة
قبل لها متجانسة مثاله $٣ د ب - د ب + د$

العبارة المتجانسة الحدود . هي ما كانت كل حدودها متجانسة

مثاله $م ن - م ن + ٥ م ن - م ن - م$

١٧ الحدود اما متشابهة واما غير متشابهة

الحدود المتشابهة هي ما تساوت حروفها ودلائل قوايتها وجنودها

مثاله $٥ ب ك + ٣ ب ك - ٢ ب ك و ٤ د د - ٣ د د$

الحدود الغير المتشابهة . — هي ما اختلفت حروفها او دلائلها

مثاله $ب + ٣ ك + ٣ ك + ٢ ب + ٢ ك$

١٨ المسمى . — مسمى حد او كمية هو ما كان مضروباً فيه من عدد

او حرف مثاله $٢ ب ل - ٥ ك$ ($ب + ٥ ا س$)

مسمى ل هو $٢ ب$ مسمى ك هو $- ٥$ ومسمى س هو ($ب + ٥$)

اذا لم يكن للكمية مسمى بقدر مساها واحدًا مثاله

$ب - د$ ($ب - ٥$)

اي $ا ب - ١ د$ ($ا ب - ١ ا$)

ملاحظة : ينبغي عدم ملايسة المسمى بالدليل فالاول يكتب عن

ثمين او مع الكمية ويدل على كم مرة تكررت والثاني يكتب فوقها ويدل

على كم مرة ضربت في ذاتها مثال

$٤ ك - ٥ ك + ٥ ك + ٥ ك$

$ل - ٥ ك \times ٥ ك \times ٥ ك$

١٩ مكفوء كمية او عبارة جبرية . — هو الخارج من قسمة واحد

عليها مثاله مكفوء $٥ ب د - ل$ هو $\frac{٥ ب د}{ل} - د$

٢٠ القيمة العددية لحد واحد . — هي القيمة الناتجة بعد التعويض

عن كل حرف بقيمتة المفروضة واجراء العمليات اللازمة عليها حسب

الاشارات مثاله $٣ ك د س$

لتكن $ك - ٥ د - ٢ س$ $٣ - ٥ - ٢$

بالتعويض $٤ \times ٣ \times ٢ \times ٥ \times ٣$

او $٣٦٠ - ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٣$

٢١ القيمة العددية لعبارة جبرية . — هي القيمة الناتجة بعد جمع

قيمت الحدود الاليجابية وقيمت الحدود السلبية وطرحها من بعضها مثاله

$٣ ك ب - ٢ د ك + ٥ ك - ٦ د ك + ٥ ك$

لتكن $ك = ٤$ $ب = ٣$ $د = ٢$

بالنعويض $١٤٤ - ١٦ + ٣٢٠ - ٩٦ = ١٦$

وفقيتها العددية $(١٤٤ + ٣٢٠ + ١٦) - (٩٦ + ١٦) = ٣٦٨$

ملاحظة : يمكن اذن تغيير موضع اي حد كان من عبارة جبرية دون تغيير قيمتها العددية لان ذلك لا يغير بقيمة الحدود الارباعية ولا السلبية فبالمثال المذكور لو طرحنا ١٦ من ١٤٤ وجمعنا ثم الباقي $٣٢٠ + ١٢٨$ ثم طرحنا ٩٦ من المجموع ٤٤٨ ثم جمعنا ١٦ الى الباقي ٣٥٢ لتنتج القيمة العددية ذاتها ٣٦٨

٢٢ القيمة السلبية لعبارة جبرية - - قد يحدث ان مجموع القبات الارباعية اقل من مجموع القبات السلبية فتكون القيمة العددية سالبة مثاله

$$ك + ل - د - ن$$

لتكن $ك = ٥$ $ل = ٣$ $د = ٤$ $ن = ٧$
فالنسبة $٥ + ٣ - ٤ - ٧ = ١$ اي $٣ - ٤$

٢٣ العبارات الجبرية المتعادلة - - اذا عوضنا عن حروف عبارتين بقيمة واحدة فيهما ونساوت قيمتهما كانتا متعادلتين مثلاً $ك - ل = ٤$ ($ك - ل$)
فيوجب الفرض بالمثال السابق

في مميزات الجبر عن الحساب

من مميزات الجبر عن الحساب استخدام الحروف عوض الاعداد
١ للاختصار ٢ لحل المسائل بصورة عامة

في استخدام الحروف والاشارات للاختصار

٢٤ كل عبارة جبرية لها مفهوم خصومي ينبع اشاراتها وفرض حروفها لان المراد منها الاختصار في التعبير وتسهيل العمل اذ تنصرف بالجهول كالمعلوم وليبان ذلك نورد حل مسألة حالية وصورة كتابتها

بالاختصار الجبري

اقسم ١٨٥ الى ثلاثة اقسام يزيد ثالثها ٢٥ عن الاول وثالثها ١٥ عن الثاني

الحل الجبري

الحل الحسابي

الاول مجهول

ك

الثاني يساوي الاول و ٢٥

ك + ٢٥

الثالث يساوي الثاني و ١٥ او

الاول و ٢٥ و ١٥ او

ك + ٤٠

الاول و ٤٠

فالاول والاول و ٢٥ والاول و ٤٠

٣ ك + ٦٥ = ١٨٥

اي ثلاثة اضعاف الاول و ٦٥ يبلغ ١٨٥

فلم طرح ٦٥ من المجموع لكان الباقي

ثلاثة اضعاف الاول

٣ ك = ١٨٥ - ٦٥ = ١٢٠

ك = $\frac{١٢٠}{٣}$ = ٤٠

فالاول ثلث الباقي ١٢٠

والثاني ٦٥

والثالث ١٠٥

ليكن ٣ (ك - ٢) - ٥ = ١٢٤ ولفرض ك ثمن صاعه مثلاً

فمفهوم العبارة انه لو زيد على الثمن ٢ وضرب المجموع في ٣ ثم طرح من

الحاصل ٥ لكان الباقي ١٢٤

على التفتيد ان يتفهم معنى العبارة من مجرد النظر اليها مثال

ك + ٦ - $\frac{١}{٢}$ (ك + ٩) = ٤٥

ليكن ك عدداً مجهولاً فما هو مفهومها الجواب عدد اضيف اليه ستة

وطرح من المجموع نصف العدد ثم اضيف الى الباقي ٩ فكان المجموع ٤٥

تعميم

ما هو مفهوم ما يأتي من العبارات بفرض الحروف اعداداً او غير ذلك

$$(١) ٣ (ك + ع) = ٣ - ك - ٥ (٢) ٥ - ل - ١٢ = ٨ - ل - ٤٢٠$$

$$(٣) ٦ - ٣ = (٢ - ٨) ١٠٨ = (٤) ٩ - ٦ - ٤٥ = \frac{٦ - ك}{٣}$$

$$(٥) ٩ - ٨ = (ك - ١٤) ١٦٢ = (٦) ١٢ + م - ١ - م = ٢$$

$$(٧) ١٣ - ١ - ٢ = ٤٦ = (٨) ٤ - ي - ٢ - ي = ٦٠$$

والد عمره ك وعمر ابنه ل فكيف تكتب ثلاثة اضعاف عمر الابن
تساوي عمر الاب

كيف تكتب بعبارة جبرية : رجل رأس ماله س اضاف اليه ٢٠٠٠
فصار مضاف ما كان

في استخدام الحروف لحل المسائل بصورة عامة

٢٥ حل مسألة بصورة عامة هو حلها حلاً حرفياً بنوع

ينطبق على سائر المسائل من نوعها

٢٦ الدستور : هو العبارة الجبرية التي تدل على نتيجة حل
المسألة الحرفي

مثال عددان مجموعها ١٦ وفاضتهما ١٢ فما هما

نحل هذه المسألة حلاً حرفياً اي نفرض الاول س والثاني ي

ومجموعهما ب وفاضتهما د

فيكون س + ي = ب

س - ي = د

بالجمع س + س + ي - ي = ب + د

اي ٢ س = ب + د

او س = $\frac{ب + د}{٢}$

هذه العبارة هي دستور كل المسائل من هذا النوع

ولعرفة أكبر العددين علينا ان نستخرج قيمة $\frac{ب + د}{٢}$ العددية

اذن الاول $\frac{16}{4} = 14$ والثاني ٢

ولو فرض المجموع ٢٠ والفضلة ٨

يكون الاول $\frac{16}{4} = 14$ والثاني ٦

٢٧ لنا من ذلك هذه القاعدة

« اذا عرفت دستور مسألة وطلب منك حل مسألة اخرى

من نوعها فاستخرج قيمة الدستور العددية حسب فرض المسألة »

في دساتير متنوعة

يطلب حل مسائل حسابية عليها

دستور الفائدة البسيطة في $\frac{د ع ن}{١٠٠}$

١٠٠

ليكن ف الفائدة ر رأس المال ع المعدل ن اجل (زمان)

ما هي فائدة مبلغ قدره ٢٥٠٠ غرشاً بعدل ٤٤ بالمئة لمدة سنة ٤ شهر ٣

بارد $\frac{٢٥٠٠ \times ٤٤ \times ٤}{١٠٠}$

٤٧٨٠٠

١٠٠

ما هي فائدة ١٥٢٠ غرشاً في سنة ١ شهر ٦ بعدل ٢ بالمئة

ما هي فائدة ٣٠٠٠ غرشاً في سنة ٣ شهر ٤ يوم ١٥ بعدل ٥ بالمئة

ما هي فائدة ٤٢٧١٠٥ غرشاً في سنة ٢ شهر ١ يوم ١٥ بعدل ٦ بالمئة

١٠٠ ف

دستور رأس المال ر $\frac{د ع ن}{١٠٠}$

ع ن

مال بلغت فائدته ٥٠٠ غرشاً في سنة ٣ شهر ٢ بعدل ١ شهر ٦

بالمئة فكيف كان

اي مال تبلغ فائدته ٦٣١٢ غرشاً في سنة ٤ شهر ٦ بعدل ١ شهر ٦ بالمئة

$$\frac{100}{\text{ر ع}} = \text{ن} \quad \text{دستور الاجل}$$

مبلغ قدره ٣٥٢٥ غرشاً بلغت فائدته بالمئة ٦ سنوياً ٤٠٧ فكم الاجل
ما هو الاجل اللازم ليضاعف مبلغ قيمته ٣٠٠٠ بتعدل $\frac{1}{12}$ سنوياً

$$\frac{100}{\text{ر ن}} = \text{ع} \quad \text{دستور المعدل}$$

مبلغ قدره ٤٥٠٠ غرشاً بلغت فائدته في ١٦ يوماً ١٢ فكم كان المعدل
واسمى قدره ٦٠٠٠ غرشاً فائدته ٧٤٢٤ غرشاً في سنة ٢ شهر ٣ فكم
كان المعدل

الفائدة المركبة

ليكن م مجموع المبلغ مع فائدته المركبة وهذا دستوره

$$\text{م} = \text{ر} (١ + \text{ع})^{\text{ن}}$$

كم يبلغ مال قدره ٦٠٠٠ غرشاً مع فائدته المركبة بالمئة ٤٤ في سنة ٣
٨٠٠٠ غرشاً كم تصير مع فائدتها المركبة بالمئة ٧ في سنة ٣

$$\frac{\text{م}}{\text{ر} (١ + \text{ع})^{\text{ن}}} = \text{ر} \quad \text{دستور رأس المال}$$

مال بلغ مع فائدته المركبة بالمئة ٥ سنوياً ٨٠٠٠ غرشاً في سنة ٣ فكم كان
ما هو اصل المال بلغ مع فائدته المركبة ٥١٨٤ غرشاً في ثلاث سنوات
بالمئة ٢٠ سنوياً

$$\frac{\text{م}}{\text{ع}} = \text{ع} \quad \text{دستور المعدل}$$

٣٠٠٠ غرشاً بلغت مع فائدتها ٥١٨٤ غرشاً في ٣ سنوات فكم كان

المعدل السنوي

٤٥٧٥ ٤ بلغت ٦٨٠٠ بعد ٩ سنين فكم كان المعدل

$$\frac{م}{ر} = ٤ (١ + ع)$$

(تنبيه) انظر كم مرة يلزم ان ترفي (ع + ١) حتى تساوي $\frac{م}{ر}$
 ما هو الاجل اللازم لتبلغ ١٥٥٠ غرشاً ٢٢٩٠ بلتة ٥ (سنوياً)

دستور الخطأين

ليكن ج الجواب و ف المفروض الاول و ف٢ المفروض الثاني و د المعلوم
 و كية ص صورة منطق المسألة او كيفية العمل

$$\frac{ف٢ ا ص ف - د ا - ف ا ص ف - د}{ا ص ف - د ا - ا ص ف - د} = ج$$

اي عدد ضرب في ٥ و جمع اليه ٤ فكان المجموع ٦٤
 ليكن مروضان ١٤، ١٦

$$\frac{(٦٤ - ٤ + ١٤ \times ٥) ١٦ - ١٦٤ - ٤ + ١٦ \times ٥}{(٦٤ - ٤ - ١٤ \times ٥) - (٦٤ - ٤ + ١٦ \times ٥)} = ج$$

$$١٢ = \frac{١٠ \times ١٦ - ٢٠ \times ١٤}{١٠ - ٢٠} = ج \text{ اي}$$

ملاحظة: (ا ص ف - د) هو الخطأ الاول و (ا ص ف٢ - د)
 الخطأ الثاني و (ا ص ف - د) المعفوظ الاول و (ا ص ف٢ - د)
 المعفوظ الثاني

- (١) اي عدد ضرب في ٨ و قسم على ٢ كان الخارج ٦٠ ص $\frac{٨}{٢}$
 (٢) اي عدد اذا قسم على ٣ و طرح ربعه من الخارج بقي ١ ص $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٤}$

تنبيه : في دساتير الفائدة حول الاجل الى المسمى المفروض معدله كما
رأيت في المثال وكل مسألة لم يقيد بها المعدل فهو سنوي

خذ قيمة ما يأتي وافرض ب = ٢ د = ١ س = ٣ ل = ٤

$$(١) \quad ل + ب - س \quad (٢) \quad د + ل - س$$

$$(٣) \quad ١٥ ل + ٧ ب + س - د \quad (٤) \quad ب - س - ٣ د + ٢$$

$$(٥) \quad ١٥ ل + ٧ ب - (س - د) \quad (٦) \quad ١٥ ل - ٧ ب (س - د)$$

$$\text{افرض} = ٣ \quad د = ١٠ \quad ك = ٧$$

$$(٧) \quad \frac{د + ٢ ك}{ب} - \frac{٢ د + ٤ ب}{٢ - د} \quad (٨) \quad \frac{٢ د + ٤ ب}{٢ - د} - \frac{٢ د + ٤ ب}{٢ - د}$$

$$\text{افرض ب} = ٩ \quad د = ١ \quad س = ٨$$

$$(٩) \quad \frac{٨ د ب}{٣ س} - \frac{٩ د س}{٢ ب} \quad (١٠) \quad \frac{٨ د ب}{٣ س} - \frac{٩ د س}{٢ ب}$$

$$(١١) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب} \quad (١٢) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب}$$

$$(١٣) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب} \quad (١٤) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب}$$

$$(١٥) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب} \quad (١٦) \quad \frac{٢ د س}{٢ ب} - \frac{٢ د س}{٢ ب}$$

$$\text{افرض م} = \frac{٥ + د + ب}{٢} \quad ب = ١٨ \quad د = ١٢ \quad هـ = ١٠$$

$$(١٦) \quad \frac{٢ م}{٢} - \frac{٢ م}{٢} \quad (١٧) \quad \frac{٢ م}{٢} - \frac{٢ م}{٢}$$

في الاوليات التعليمية ونتائجها

٢٨ تستند العلوم التعليمية جميعها الى اوليات اي قضايا عقلية واضحة من ذاتها ولذلك نضع المسائل الجبرية غالباً بصورة مساواة بين كيتين او أكثر ويحري من ثم حلها استناداً على الاوليات الالية ونتائجها:

(١) الاشياء المتساوية لشيء واحد هي متساوية بعضها لبعض
نتيجة اذا ساوى طرف معادلة طرف معادلة اخرى فالطرفان الباقيان قيمتهما متساوية ايضاً

$$\begin{array}{l} \text{مثال} \\ 2 + 7 = 1 + 8 \\ 3 + 6 = 2 + 7 \end{array} \quad \text{اذن} \quad \left\{ \begin{array}{l} 2 + 7 = 1 + 8 \\ 3 + 6 = 2 + 7 \end{array} \right.$$

كذا $9 = 1 + 8$ اذن $9 = 1 + 8$

(٢) اذا اضيفت كمية الى اخرى ثم طرح منها فالناتجة لا تتغير
اضف ٦ الى ٨ ثم اطرح ٦ من ١٤ فيبقى ٨
اي $8 = 6 - 6 + 14$ ب $8 = 14 - 6$ ب

(٣) اذا اضيفت مقادير متساوية الى مقادير متساوية تكون المجموعات متساوية

$$\begin{array}{l} \text{مثاله} \\ 2 + 9 = 1 + 10 \\ 2 + 3 = 1 + 4 \end{array} \quad \text{اذن} \quad 2 + 9 + 2 + 3 = 1 + 10 + 1 + 4$$

نتيجة: اذا اردت نقل حد من طرف الى اخر فلك ان تنقله بعكس اشارته دون تغيير في المساواة

مثلاً $ك - ٨ = ١٢$ اجمع ٨ الى الطرفين

$$ك - ٨ + ٨ = ١٢ + ٨$$

$$ك = ٢٠$$

نرى ان $ك - ٨$ في الطرف الاول نقلت الى الطرف الثاني ٨ دون
اخرال في المعادلة وبالعكس وهذا النقل يسمى المقابلة

(٤) اذا طرحت مقادير متساوية من مقادير متساوية تكون

البقايا متساوية

مثلاً $ك + ٦ = ١٢$ بطرح ٦ من الجانبين

$$ك = ١٢ - ٦$$

ولنا منها ذات النتيجة

(٥) اذا ضربت مقادير متساوية في مقادير متساوية

تكون الخواصل متساوية

مثلاً $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ بضرب الطرفين في ٣

$$٢ \times ٣ = ٦$$

نتيجة : اذا حول طرفاً معادلة الى مخرج مشترك فيسقط منهما دون
تغيير قيمتها وذلك كضربهما فيه

مثاله $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ (١) حول الطرف الثاني الى مخرج ٦

ولو ضرب الطرفين في ٦ (٢) $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$

لكن $ك = ٤$ لذلك يستغنى عن كتابة المعادلة الثانية

(٦) اذا قسمت مقادير متساوية على مقادير متساوية تكون

الخوارج متساوية

مثاله $٨ \times ٥ = ٤٠$ ك

اقسم على ٥ ك

نتيجة اذا كان المجهول مضروباً في قسم مساوي حاصله على مسماه فتخرج قيمته كما مررت في المثال

(٢٩١) اذا من هاته الاوليات ونتاجها القواعد الاتية وسياً في ذكرها بالتفصيل مع كلما يتعلق بها من الملاحظات

قابل اي انقل المعلوم الى طرف والمجهول الى اخر بتبديل الاشارات

اجبر اي حول الى مخرج مشترك المعادلة الكسرية ثم اسقطه

اقسم المعلوم على مسمى المجهول فتخرج قيمته

مثال : $١ = ٢ - \frac{٤٢}{٥}$

بالمقابلة $٣ = ١ + ٢ = \frac{٤٢}{٥}$

اجبر $١٥ = ٤٢$ ك

اقسم على المسمى ٣ ك

مثال اخر $١٤ = \frac{٢}{٧} + ٨ = \frac{٤٢}{٥}$

قابل $\frac{٢}{٧} - ٢٢ = \frac{٤٢}{٥}$

اجبر $١٢٣ = ٩ - ١٣٢ = ٤$ ك

اقسم على المسمى ٤ ك $٣٠ \frac{٢}{٧} = \frac{١٢٣}{٤}$

تقريب

حل المعادلات العددية $\frac{٢}{٧} + ٥ = ٨ = \frac{٤٢}{٥}$

$٨ = ١٢ = \frac{٤٥}{٧}$

$٨ = ١٢ = ٥ + ٣$ ك

$٣ = \frac{٥}{٧} = ٦ = \frac{٤٢}{٧}$

الباب الثاني

في الاصلاح والاعمال الاربعة

الفصل الاول

في الاصلاح

الاصلاح تحويل الحدود المتشابهة الى حد واحد دون تغيير
في قيمتها .

اصلاح الحدود المتفقة الاشارة :

(٣٠) اذا اتفقت الحدود المتشابهة في الاشارة فاجمع مسميات

الكمية المشتركة وضع المجموع عن يمينها مع تلك الاشارة

مثاله $5\text{ل} - 11\text{د} = \text{ب} + \text{د} \quad 2\text{ل} - 2\text{د}$

$3\text{ل} - 4\text{د} = 3\text{ب} + \text{د} \quad 2\text{ل} - 2\text{د}$

$2\text{ل} - 3\text{د} = 5\text{ب} + \text{د} \quad 2\text{ل} - 4\text{د}$

$10\text{ل} - 18\text{د} = 9\text{ب} + \text{د} \quad 2\text{ل} - 7\text{د}$

$3\text{ب} + \text{د} - \text{ن} + \text{ك} = 3\text{ل} - 2\text{د} + 2\text{ل} - 2\text{د}$

$5\text{ب} + \text{د} - 3\text{ن} + \text{ك} = 2\text{ب} - 7\text{ل} + 5\text{د} + 2\text{ل} - 4\text{د}$

$8\text{ب} + \text{د} - 10\text{ن} + \text{ك} = 5\text{ب} - 4\text{ل} + 6\text{د} + 2\text{ل} - 3\text{د}$

$16\text{ب} + \text{د} - 14\text{ن} + \text{ك} = 8\text{ب} - 14\text{ل} + 12\text{د} + 2\text{ل} - 8\text{د}$

اصلاح الحدود المختلفة الاشارة :

(٣١) اجمع مسميات الكمية المشتركة الايجابية على حدة والسلبية
مثالها ثم اطرح المجموع الاصغر من الاكبر وضع الباقي مع اشارة
الاكبر عن بين الكمية المشتركة

$$\begin{array}{r}
 ١٥ \text{ د} + ٢ \text{ ب} - \text{م} \text{ دل} + ٨ \\
 - ٤ \text{ د} + ٣ \text{ ب} - ٣ \text{ م} \text{ دل} - ٦ \\
 \hline
 ١٢ \text{ د} - ١ \text{ ب} - ٦ \text{ م} \text{ دل} + ٢ \\
 - ٥ \text{ د} - ٢ \text{ ب} + \text{م} \text{ دل} + ٥ \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 ٨ \text{ م} \quad ٧ \text{ دل} \quad ٥ \text{ ب} \quad ٥ \text{ د} \\
 ٤ \text{ م} \quad ٤ \text{ دل} \quad ٣ \text{ ب} \quad ٣ \text{ د} \\
 ٢ \text{ م} \quad ٨ \text{ دل} \quad ٤ \text{ ب} \quad ٤ \text{ د} \\
 ٣ \text{ م} \quad ١٢ \text{ دل} \quad ٣ \text{ ب} \quad ٣ \text{ د} \\
 \hline
 ٧ \text{ م}
 \end{array}
 \end{array}$$

(٣٢) الكمية الايجابية تفني الكمية السلبية المساوية لها وبالعكس

(اوليه ٢)

$$\text{ب} + \text{د} - \text{د} - \text{ب} \quad \text{د} - ٢ + ٢ - \text{د}$$

وهكذا متى ساوت مسميات الكميات الايجابية مسميات الكميات

السلبية المشابهة لها

$$\begin{array}{r}
 \text{مثاله} \quad ٤ \text{ د} + ٥ \text{ م} - ٣ \text{ ل} + ٤ \text{ ب} - \text{د} \\
 - ٣ \text{ د} + ٣ \text{ م} + ٥ \text{ ل} - ٣ \text{ ب} - \text{د} \\
 \hline
 - \text{د} - ٨ \text{ م} + \text{ل} - \text{ب} - \text{د} \\
 \hline
 \dots \quad ٣ \text{ ل} \quad \dots
 \end{array}$$

تنبيه اذا كان مجموع المسميات اكثر من حد واحد يربط باداة

الحصر مع الكمية المشتركة

$$٥ ب ل + ٣ ل = (٥ ب + ٣) ل$$

$$٢ د - ٣ ب د = (٢ - ٣ ب) د$$

$$٤ س د + ٨ ف - ٣ ل$$

$$٢ ب س د + ٣ ب ف - ٣ ل$$

$$- ٣ ب س د + ٦ ف - ٣ ل$$

$$(٤ ب + ٤ س د + ١٤ ف + ١٤ ب) - (٥ - ٣ ل)$$

نرمز

$$اصح ٣ ك ب + ٥ ك ب - ٢ ك ب + ٣ ل ك ب$$

$$(٢) ٥ د م - ٦ ل + ٤ ل - ٣ د م - ٦ د م + ٧ ل$$

$$(٣) ٤ ل م + ٣ ل م - ٨ ل م + ٥ ل م$$

$$(٤) ٧ د ك - ٥ د ك - ٢ د ك - ٣ س + ٢ س - ٢ س$$

$$(٥) ٢ ب - ٣ ن + ٣ ب - ٥ ن - ٢ ب - ٢ ن$$

$$(٦) ٢ ب س + ٨ س - ٦ س - ٣ ب س$$

$$(٧) (٥ - ٣ ب) - (٥ - ٣ ب) + (١٣ - ٣ ب) - (٥ - ٣ ب)$$

الفصل الثاني

في الجمع

(٣٣) الجمع رد عبارات جبرية الى واحدة فيجتها العددية تساوي

مجموع قيمت الاولى العددية مثاله مجموع

$$ب د ك هو ب + ك ولو كانت ب = ٥ ك = ٣$$

$$لكان المجموع ٥ + ٣ = ٨ ولو كانت ك = ٦ لكان المجموع ٥ + ٦ = ١١$$

(٣٤) قاعدة : تجمع العبارات او الكميات الجبرية بربطها

مع بعضها بالعلامات الاصلية واصلاحها ان لم يكن

مثال : اجمع ك - و - ٢ و ٣ م - و - ن

المجموع ك - ٢ + ٣ م - ن

اجمع ٢ ب ٢ و ٣ ل و ٥ ب - ٦ ل

المجموع ٢ ب + ٣ ل + ٥ ب - ٦ ل = ٧ ب - ٣ ل

تنبيه : يسهل الاصلاح بكتابة الحدود المتشابهة تحت بعضها

مثاله : ك - ٢ ك + ٣ م - ٨ ب - ٢ ل + ٢ ل

٢ ك - ٦ ك + ٣ م - ٦ ل - ٢ ك - ٦ ل

٢ ك + ٤ ك - ٣ م - ٤ ل - ٥ ك + ٤ ل

٦ ك - ٤ ك - ٣ م - ١٠ ب + ٧ ك

ملاحظة : ٥ + ٢ ك + ٣ م - ٨ ب + ٣ م - ١٠ ب + ٧ ك

٥ + ٢ ك + ٣ م - ٨ ب + ٣ م

والكميات المحصورة باشارة الجمع تفك باقائها واسرارها كما هي وبالعكس

تختصر عدة كميات باشارة الجمع دون تغيير باشاراتها الاصلية

ملاحظة : ٨ ك و - ٦ ك - ٨ ك - ٦ ك - ٢ ك

المجموع الخافي اعظم من الاعداد المجموعة اما الجبري يكثر او يقل

باعتبار القيمة الحقيقية المجموعة فلا يفيد الزيادة دائما

ملاحظة : مجموع ٢ ب + د و ب - د - ٢ ب

فمجموع كميتين مع فضائهما يساوي مضاعف اكبرهما

مثال اخر : مجموع ٤ ب - ٥ ٢ و ٤ ب + ٥ ٢ = ٨ ب

اجمع امثلة للعمل

(١) ٣ ك + ٥ ب - ٤ د الى ٦ ك - ٧ ب الى ٤ ك + ٢ ب + د

(٢) ٣ ك - د - ٢ ب الى ٤ ك - د - ٥ ب - ٢ ك الى ٤ ب - م

(٣) ٣ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س - ٢ س

- ٢ س + ٢ س

استعمل قيمة المجموع العددية بفرض $س = ٤$ $ي = ٢$

(٤) اجمع ٥ د^ب - ٢ د^ب + د^ب الى - ٤ د^ب + ٥ د^ب - ٣ د^ب الى ٣ د^ب - ٦ د^ب

ما هي القيمة العددية بفرض $د = ٣$ $ب = ٢$

(٥) ٢ م الى ٣ م - ٢ م و - ٥ م + ٦ م و ٢ م - ٤ م

اجمع ٨ ك^ي - ٣ ك^ي + ٥ ك^ي - ٢ ي + ٣

(٦) - ٦ ك^ي + ٤ ك^ي - ٧ ك^ي + ٢ ي + ٦ م^ي

٣ ك^ي - ٥ ك^ي + ٣ ك^ي - ٣ ي - ٧ م^ي

اجمع ٦ د^س + ٥ د^س - ٤ د^س + ٨ د^س - ١٦

(٧) ٤ د^س - ٣ د^س + ٦ د^س - ١٥

٢٤ - ٣ د^س + ٥ د^س - ٤ د^س - ٧ + ٣ د^س

(٨) رجل عنده دراهم تبلغ ٢٠٠٠ غرش وبضاعة قيمتها ٥ ب غرشا

ودينون قدرها $د$ - $ب$ غرشا فكم تبلغ قيمة ما عنده

(٩) ثلاثة اعداد متوالية اولها $س$ فما هو مجموعها

(١٠) يستأجر استغل من بستانه في السنة الاولى $ب$ غرشا من ثمن ليمون

ود غرشا من ثمن تفاح ومضاعف ثمن الليمون من ثمن مشمش ومضاعف

ثمن التفاح من فواكه اخرى وفي السنة الثانية استغل منها جميعها مقدار

ثمن التفاح والليمون في السنة الاولى فكم استغل في السنتين

(١١) دفع خليل $ب$ غرشا ثمن ثوب خام و $ب$ - ٥ ثمن شيت وقدر

مجموعها ثمن جوخ و ٤ ب + ٦ ثمن صوف فكم جملة ما دفع وما هي قيمة ما

دفعه اذا كانت $ب = ٥$

(١٢) عدد قدره $س$ اضيف اليه مثله ثم ٢٠ ثم طرح من المجموع ٨ فكم

الباقى وكم كان العدد لو فرض الباقي ٣٢

لو اضيف ١ سنين الى عمر حنا وقدره ١١ مساوي عمر خليل وهو
٤٥ سنة فكم كان

(١٤) عددان مجتمعهما ٨ وفضائيهما ٣ فكم هو مضاعف اكبرهما
(١٥) ما هو مجموع ك د - ٤ ب س و ك د + ٤ ب س

الفصل الثالث

سيف الطرح

(٣٥) الطرح ايجاد الفرق بين عبارتين

مثاله ١ اطرح ب من د - ب فالباقي د وذلك كجمعنا - ب اي فجمه
مساوية للطروح ومعاكسة له في الاشارة كما مر نمرة ٣٢ فلنا هذه القاعدة

(٣٦) قاعدة: يتم الطرح بابدال اشارة كل حد من المطروح

من + الى - او بالعكس وجمعه من ثم الى المطروح منه كما سبق

امثلة تشابهت بها الاشارات والمطروح منه اعظم من المطروح

من ٣٢ ١٢ د ٥ ك د ب س

اطرح ١٥ ٤ د ٤ ك د ٣ س

الباقي ٨ د ٨ ب - ٣ س

كذا من ١٧ - ٧ ل ن - ١٢ س ف - ٥ د

اطرح ٨ - ٢ ل ن - ٥ س ف - ٩ ب م

الباقي ٩ - ٢ س ف

امثلة تشابهت بها الاشارات والمطروح اعظم من المطروح منه

من ١٨ ٦ ب ل ٣ ك ن ٨ -

اطرح ٢٠ ٨ ب ل ٥ ك ن ٩ ب -

الباقي ٢ ك ن ٨ ب - ٩

من	٤٢	—	٢٢	د	٨	ط	م	—	٥	ل	ك
اطرح	٢٥	—	٢٧	د	٤	ط	م	—	٤	ل	ك
الباقى	٦٧	—	٢٩	د							

امتحان الطرح : اضع الباقي الى المطروح به لاماته الاصلية فان عدل
المجتمع المطروح منه كان العمل صحيحا والا فلا

مثاله	٨ دى — ٨ + ٣ ل	٥ دى + ٢٢ — ٤ ل
	٥ دى + ٢٢ — ٤ ل	٣ دى — ٢٣ + ٧ ل
	٣ دى — ٢٣ + ٧ ل	٨ دى — ٥ + ٣ ل

تنبيه : اذا تعددت الحدود المتشابهة في المطروحين يجب اصلاحها اولاً

مثاله	من ٨ ل ف — ٣ ح د — ٣ ل ف — ٢ ح د
اطرح	٥ ل ف + ٢ ح د — ٤ ح د — ٣ ل ف — ٨
بالاصلاح	١١ ل ف — ٥ ح د

$$٢ ل ف + ٦ ح د — ٨$$

الباقى ٩ ل ف — ١١ ح د + ٨

من	٨ + ٤ س د — ٩ س د + ٨ س د — ٥ ل ب
اطرح	٤ — ٢ س د — ٧ س د + ٧ س د — ٣ ل ب

الباقى

$$٢ ك ل — (١ د — م) = ك ل — د + م$$

فالعبارتان متساويتان انما الاولى تدل على طلب الطرح والثانية على

تعيينه اذا

(١) الكميات المعصورة باشارة سلبية تعكس بتبديل اشارات اجزائها

(٢) اذا اريد حصر عدة حدود باشارة سلبية تغير اشاراتهما

$$\text{مثاله } ٣ ك ي — ٤ ك + ١٥ ل — ٣ ك ي — (٤ ك — ١٥ ل)$$

تنبيه ٢ الطرح الجبري لا يفيد النقصان دائما فطرح كمية سالبة بجمع
كمية ايجابية مثال ذلك

$$٨ - (٦ - ٨) = ٦ + ٨ = ١٤$$

اخر ١ رجل له دين ٨ غروش واخر عليه دين ٦ غروش فما هو الفرق
بينهما

الجواب ١٤

اي يلزم الثاني ١٤ غرشا لاني ما عليه و يصير معه قدر الاول

تمارين

(١) طرح ٢ من ٢ ب ٢ من ٢ ب

(٢) ٣ - ٤ د ٤ د ٥ من ٥ ك ٢ - ٢ د

(٣) ٤ د ٥ من ٤ د ٥

(٤) ١٦ د - م ١٤ من ١٥ د - م ١٦ د

(٥) ما هي قيمة البواقي اذا كانت ب - ٢ د - ٥ من ٤ ك ٣ - ٥
٧ - ٥

(٦) طرح ٣ دس - ٥ دس + ٢ من ٤ دس + ٦ دس - ٦

(٧) من ٤ ب ي - ٣ ب ي + ب ي - ب + ٢ ب - ٣ ب ي

طرح ٣ ب ي + ب ي - ب ي - ٢ ب + ٢ ب - ٥ ب ي

(٨) حل ٥ ب - ٤ د ٣ د - ٨ - ٣ د ب - ٥ د

(١٠ د ٢) +

(٩) حل ٣ ي + د - ٢ ب س - (٢ ي - د - ٣ ب س)

(١٠) رجل ايراده من تجارته ٢٠٠٠ غرش ومن املاكه ب غرشا و صروفه

د - ٨٠٠ فكم يبقى عنده سنويا: افرض ب = ٨٠٠٠ د = ١٠٠٠٠

(١١) دفع سليم اجرة بيت ٨٠٠٠ ب واجرة مخزن ٢٠٠٠ د فكم

الفرق بينهما

(١٢١) تزوج حنا وعمره ب سنة وبعد خمس سنين رزق ولداً وعاش الولد
 د سنة ومات وبعد وفاته ب (٢ د - ١٦) سنة توفي الولد فكم سنة عاش
 افرض ب = ٢٦ د = ١٨

(١٢٢) سافر ايس الى دمشق ومعه بضاعة قيمتها ١٥٠٠٠ + ٢ د فاضاع
 منها ما يساوي ١٤٠٠٠ ب وصرف ما يساوي ٣٠٠٠ - ٢ ب غير
 انه ربح من البضاعة ٥٠٠٠ + ٣ ب فكم تكون قيمة الباقي معه
 (١٢٤) ارفع حصر الكميات الالفة واصلها

$$\begin{aligned} ٣ ل - ٨ ب - (٤ ب - ٢ ل) \\ ٥ م - ٦ ك - (٤ م - ٦ ك) \\ ب د - (٣ ب - ٢ د) \end{aligned}$$

(١٥) احصر الاجزاء المشار اليها بخط عرضي تحتها باشارة سليمة
 ٨ د م + ٤٤ س - ٣ ل - ٦ م د - ٩ ن
 ٤ ل + ٣ ك - ٥ د + ٢ ف - ٨ ل - ٤ د ف + ٣ م - ٩ ن

الفصل الرابع

في الضرب

(٣٧) الضرب تكرار المضروب مراراً مثال الاحاد او الاجزاء الموجودة
 في المضروب فيه

$$\begin{aligned} \text{مثاله} \quad ٥ \times ب = ب + ب + ب + ب + ب = ٥ ب \\ ٥ \times ب - = ب - + ب - + ب - + ب - + ب - = ٥ ب - \\ \text{لتكن} \quad ٦ = د \quad ٦ \times د = ٦ د \quad ٦ ك = ٦ ك \quad ٦ ل = ٦ ل \\ ٦ - = ٦ - \quad ٦ د = ٦ د \quad ٦ ك = ٦ ك \quad ٦ ل = ٦ ل \end{aligned}$$

مثاله $٥ د ب ل \times ٣ د ب س م = ١٥ د ب ل س م$
 ضربنا $٥ د ب ل \times ٣ د ب ل س م$
 المضروب $٣ د ب ل س م$ — المضروب فيه $٥ د ب ل$
 —————
 المضروب فيه $٣ د ب ل$ —
 —————
 الحاصل $١٥ د ب ل س م$

مثاله $٤ د ب ل س م$ —
 —————
 الحاصل $٢٤ د ب ل س م$

وهكذا لو تعددت المضاريب البسيطة مثاله $٥ د ب ل \times ٣ د ب ل س م = ١٥ د ب ل س م$
 ملاحظة ١: لا فرق في ترتيب الحروف كما ان لا فرق في ترتيب المضاريب

$٢ \times ٤ \times ٣ = ٤ \times ٣ \times ٢$
 $٢ \times ٤ \times ٣ = ٤ \times ٣ \times ٢$
 ملاحظة ٢: لا فرق في ترتيب الحروف كما ان لا فرق في ترتيب المضاريب

فيلاحظ من ذلك هذه القاعدة

(٤١) اذا كان عدد المضاريب السلبية وتراً كان الحاصل
 سلبياً والا فهو ايجابياً

ملاحظة ٣: $٥ د ب ل \times ٣ د ب ل س م = ١٥ د ب ل س م$
 يلاحظ من ذلك: اذا تساوت قوة كيتين يمكن حصرها بتلك القوة
 المشتركة، وبعبارة اخرى: قوة حاصل كميات تساوي حاصل قوتها
 ملاحظة ٤: $٨ د ب ل \times ٣ د ب ل س م = ٢٤ د ب ل س م$
 درجة الحد الاول ١ والثاني ٣ والثالث ٤ فدرجة الحاصل ٨

ومن المناسب ترميز التلامذة على الضرب مع متابعة العمل كما يأتي

$$د(س + ل) = دس + دل$$

$$ب(ن - د) = ب ن - ب د$$

$$٢م(ب ا د - ه ب) = ٢م ب ا د - ٢م ه ب = ٢م ب ا د - ٢م ه ب$$

تدريب

$$(١) (٢ ب - ٣ ه - ٤ ن) \times ٤ ه ب ن$$

$$(٢) (٢ م - ٦ س - ل) \times ٢ م ل$$

$$(٣) (٤ ب - ٣ ه + د) \times ٢ ه ب$$

$$(٤) (٢ ب - ٣ د - و) \times ٥ ه ب د$$

$$(٥) (٨ م ن - ٣ م ن) \times ٢ م ن - ٤ ن$$

$$(٦) (٦ ك - ٢ د ك + د ك - ٤ د ك) \times ٤ د ك$$

(٧) رجل اشترى د رطلاً من الخل وكان سعر الرطل مساوياً لعدد

الارطال فترجعه ب ه رطلاً من الماء و باع الرطل من المزيج بسعر ل

فبكم غرض اشترى وبكم باع وما هو الفرق بينهما

استعمل قيمة الفرق العددية بفرض $د = ٢$ $ه = ٤$ $ل = ٥$

(٨) سليم اخذ عشر ليمونات و خليل ب ليمونة زيادة عنه انما خليل دفع

ثمن الليمونة س بارة وسليم اخذ الليمونة بزيادة خمس بارات عن سعرا

اشتراه خليل فكان ما دفعه سليم مساوياً ما دفعه خليل

كيف نركب هذه المعادلة وكم يكون ثمن ليمونة خليل اذا كانت $ب = ٥$

(٩) حلیم كن يحفظ عشرة اسطر يومياً ووديع ه سطرًا بزيادة عنه يومياً

انما وديع بعد درسه س يوماً مرض ديوماً حفظ حلیم ما حفظه وديع تمامًا

كيف نكتب هذه المعادلة وكم يوماً يكون قد درس لو فرض

$$د = ٨ \quad ه = ١٠$$

(١٠) ثلثة انايب تصب في بركة الاول منها بحسب ب متراً والثاني د
والثالث هـ في الساعة وفي اسفلها مصرف يفرغ منها ب + د + هـ
متراً في الساعة فكم يبقى في البركة بعد يومين
ضرب حدود كثيرة في مثلها

(٤٣) قاعدة : اضرب كل حد من المضروب فيه في كل حد
من المضروب واكتب الخواصل المتشابهة بعضها تحت بعض ثم
اجمع الخواصل

$$\begin{array}{r}
 \text{ك} - \text{ل} + \text{م} \\
 \text{د} - \text{ز} \\
 \hline
 \text{ك}^2 - \text{ل}^2 + \text{م}^2 - \text{د}^2 - \text{ز}^2 \\
 \text{د}^2 + \text{ز}^2 + \text{م}^2 - \text{د}^2 - \text{ز}^2 \\
 \hline
 \text{م}^2 - \text{م}^2 - \text{م}^2
 \end{array}$$

(٤٤) تسهيلاً لاصلاح الخواصل المتشابهة بقضي تنظيم العبارة
قبل الضرب وكيفية ذلك ان ترتب الحدود باعتبار قوت احد احرفها
مبتدئاً من الاعلى فما تحته وبالعكس

مثاله : $(\text{ك}^5 - \text{ك}^3 + \text{ك}^2 - \text{ك}^2 - \text{ك}^2) \times (\text{د}^4 - \text{د}^3 - \text{د}^2 - \text{د}^2 - \text{د}^2)$

أظمت الحدود باعتبار قوة ك المتناقصة وقوة د المتزايدة

$$\text{ك}^5 - \text{ك}^3 + \text{ك}^2 - \text{ك}^2 - \text{ك}^2$$

$$\text{ك}^4 - \text{ك}^3$$

$$\text{ك}^5 - \text{ك}^3 + \text{ك}^2 - \text{ك}^2 - \text{ك}^2$$

$$\text{ك}^5 - \text{ك}^3 + \text{ك}^2 - \text{ك}^2 - \text{ك}^2$$

$$\text{ك}^5 - \text{ك}^3 + \text{ك}^2 - \text{ك}^2 - \text{ك}^2$$

لكن ب = ٢٠ د = ٥ فكم كانت الايام

(١٣) امين بنفق د غرشا يومياً ومتري بنفق ب غرشا يومياً زيادة عنه
غير ان ايراد امين كان مضاعف مصروف متري وايراد متري اقل من
اللاثة اضعاف ما يوفره امين يومياً يبلغ ٤ ب فكم يبلغ الفرق بينهما بعد
د - ب يوماً

كم يزيد ما عند متري لو فرض د = ٢٠ ب = ١٠

وكم يزيد ما عند امين لو فرض د = ١٠ ب = ١٥

(١٤) رجل اشترى اذرعاً من القماش ود ذراعاً من الكتان يبلغ ٥٤٠
غرشاً وكان ثمن الذراع من الكتان د - ١٥ فكم كان ثمن القماش

نظريات في الضرب

سابقة: مربع حد هو حاصل ضرب في نفسه او قوته المألوفة

مثاله (د٥) = د٥ × د٥ = د٢٥

(٤٥) تربيع الكمية بضرب دليلها في ٢ وتربيع مسماها العددي

مربع ب٥ - ب٥ = مربع ب٥ - ب٥ = ٢٥ ب٥

الجذر المالي لحد هو حد اخر مربعه يساوي الحد المفروض

مثاله د٢٥ = د٥ = ٢٥ ب٥ = ب٥

(٤٦) يؤخذ الجذر المالي من كمية بقسمة دليلها على ٢ وتحذير

مسماها العددي

الجذر المالي من ٢٥ ب٥ = ب٥ = ٥ ب٥ - ٥ ب٥ كما ستعلم

الجذر المالي من ٤ د٥ = د٥ = ٢ د٥ = ٢ د٥

الجذر المالي من (ب - ب) = ب - ب = ب - ب

الجذر المالي من (ب - د) = (ب - د) = (ب - د)

ثالث

ربع ب د ٢، ك د ٣، م ٤، ب ٤، د ٨
 ما هو الجذر المائي من د ب د ٩ م ٤ ك ٤
 ا ب - د (٢ - م) (٤ - ب) (٤ - م)

نظرية ١ - حاصل مجموع حدين في مقلتهما يساوي فقله مربعهما

مثاله	ب + د	٢ م + ٤
	ب - د	٢ م - ٤
	ب - ب	٤ م - ٤ م
	ب - د - د	٢ م - ٢ م
	ب - د	٤ م - ٤ م

آخر (٣ د + ٢ ك) (٣ د - ٢ ك) = ٩ د - ٤ ك
 (٣ ب + ٤ ن) (٣ ب - ٤ ن) = ٩ ب - ٤ ن
 ١٩٩٨ × ٢٠٠٢ = ٢٠٠٠ - ٢ = ٣٩٩٩٩٩٦

نظرية ٢ - مربع مجموع حدين يساوي مربع الحد الاول مع مضاعف حاصل الحدين مع مربع الحد الثاني . مثاله

ب + د	٢ م + ٢
ب + د	٢ م + ٢
ب + ب	٤ م + ٢ م
ب + د + د	٢ م + ٢ م + ٢ م
ب + ٢ ب + د + د	٤ م + ٤ م + ٢ م + ٢ م
(٢ د + ٢ ك)	٤ د + ٤ ك + ١٢ د + ٩ ك

$$\begin{array}{rcl}
 810000 & = & 900 \\
 1800 & = & 1 \times 900 \times 2 \\
 1 & = & 1 \\
 \hline
 811801 & = & (1 + 900)
 \end{array}$$

نظرية ٣ : مربع فصلة حدين تساوي مربع الحد الاول المضعف
 حاصل الحدين مع مربع الحد الثاني

$$(b - a)^2 = b^2 - 2ab + a^2$$

$$(4 - 3)^2 = 4^2 - 2 \times 4 \times 3 + 3^2$$

$$(9 - 6)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times 6 + 6^2$$

$$\begin{array}{rcl}
 400000 & = & 2000 \\
 4000 & = & 1 \times 2000 \times 2 \\
 1 & = & 1 \\
 \hline
 399601 & = & (1 - 2000)
 \end{array}$$

نظرية ٤ : اذا اشترك حد في مضروبين من المقتضي ضربته في بقية
 حدود المضروب وبقية حدود المضروب فيه فتسهيلاً للعمل يضرب في
 مجتمع تلك الحدود مع مراعاة اشاراتهما

$$(d + k)(b - a) = b(d + k) - a(d + k)$$

$$(9 + k)(7 - 6) = 7(9 + k) - 6(9 + k)$$

$$(a^2 + b^2)(a - d) = a^2(a - d) + b^2(a - d)$$

$$= a^3 - a^2d + ab^2 - db^2$$

$$39 \frac{1}{7} = 7 \times 5 + (7 + 5) \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = 7 \frac{1}{7} \times 5 \frac{1}{7}$$

تمثيل

$$(1) = (b + a^2)(b - a^2)$$

- (٢) $= (د + م٣) (د - م٣)$
 (٣) $= (دس٤ - ل٢) (دس٤ + ل٢)$
 (٤) $= (م٤ - ٣) (م٤ + ٣)$
 (٥) $= (ل - ٣ ي٥)$
 (٦) $= (د٥ - ٤)$
 (٧) $= (د + ب) - (د - ب)$
 (٨) $= (د - س + ب) - (د - س - ب)$
 (٩) $= (م + ٣ س - د) - (م - ٣ س - د)$
 (١٠) $= ٢٠٠٤ \times ١٩٩٦$ أو $(٤ - ٢٠٠٠) (٤ + ٢٠٠٠)$
 (١١) $= ٢٠١٢ \times ٢٠١٢$ أو $(١٢ - ٢٠٠٠) (١٢ + ٢٠٠٠)$
 (١٢) $= ٢٩٩٩ \times ٢٩٩٩$ أو $(١ - ٣٠٠٠) (١ + ٣٠٠٠)$
 (١٣) $= (ن + ٢ ب) = (١١٤ - د٣ - ٤ ب ي٤)$
 (١٤) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (١٥) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (١٦) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (١٧) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (١٨) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (١٩) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (٢٠) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (٢١) $= (ل٤ - د٢) = (١٦ - س٣ - ٤ ي٤)$
 (٢٢) $= ٩٥ \frac{٢}{٣} \times ١٠٥ \frac{٢}{٣}$
 (٢٣) $= (١٨ + ب) (٢٤ - ب)$
 (٢٤) $= (١٥ - ك) (١٥ - ك) = (٢٥ - ك) (٨ - ك) = (١٣ - ك) (١٣ - ك)$

الفصل الخامس

سبب القسمة

(٤٧) القسمة هي طريقة لايجاد عبارة اذا ضربت في المقسوم عليه حصل
 منها المقسوم وتلك العبارة تدعى الخارج

القسمة عكس الضرب فلما سبق في استعمال اشارة الحاصل القاعدة
الانية لاستعلام اشارة الخارج

« اذا اتفق المقسومان بالاشارة فالخارج ايجابي وان اختلفا

فهو سلمي »

$$\begin{array}{l} \text{اي} \quad + = - + - \quad + = + + + \\ \text{بالعكس} \quad - = + + - \quad - = - - + \end{array}$$

قاعدة عامة

(٤٨) ضع المقسوم عموداً والمقسوم عليه مفرجاً على هيئة كسر دارج

$$\begin{array}{r} \text{مثلاً} \quad \frac{\text{ب}}{\text{ك}} \quad \frac{\text{ب} + \text{م}}{\text{د}} \quad \frac{\text{م}}{\text{هـ}} \quad \frac{\text{ب} - \text{م}}{\text{ن}} \end{array}$$

ويمكن القسمة تماماً والاختصار كما سيأتي
في قسمة حد على حد

أ في حدين من قوت كمية واحدة

(٤٩) « تقسم قوت كمية واحدة بطرح دليل المقسوم عليه من

دليل المقسوم ووضع الباقي دليلاً للكمية »

$$\text{مثاله} \quad \text{ك}^{\circ} - \text{ك}^{\circ} = \text{ك}^{\circ} = \text{ك}^{\circ}$$

$$\text{دم}^{\circ} + \text{م}^{\circ} = \text{دم}^{\circ}$$

والبرهان واضح فان $\text{ك}^{\circ} \times \text{ك}^{\circ} = \text{ك}^{\circ}$ و $\text{دم}^{\circ} \times \text{م}^{\circ} = \text{دم}^{\circ}$ (٤٧)

(٥٠) الدليل الصفري ٠ - قد يندرج دليل الخارج صفراً فتكون قيمته

المطلقة واحداً

$$\text{مثاله} \quad \text{ك}^{\circ} + \text{ك}^{\circ} = \text{ك}^{\circ} = \text{ك}^{\circ} \text{ اي } ١$$

$$\text{ب}^{\circ} - \text{ب}^{\circ} = \text{ب}^{\circ} = \text{ب}^{\circ} \text{ اي } ١$$

وذلك لان الخارج من قسمة مقدار او حد على نفسه واحد ابدأ
 (٥١) الدليل السليبي . — قد يكون دليل الخارج سليباً فتكون قيمته
 واحداً مقسوماً على نفس الخارج بدليل ايجابي اي يساوي مكثوه
 بدليل ايجابي

لو قسمنا م = م ثم الخارج على م ايضاً وحلماً جراً حصلت القوتان الآتية

$$\begin{array}{ccccccc} \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} \\ \text{او م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} & \text{م} \end{array}$$

$$\text{وعليه } \frac{1}{\text{ك}} = \frac{1}{\text{ب}} (\text{ب} - \text{م}) = \frac{1}{\text{ب} + \text{م}}$$

امثلة على قسمة القوتان

$$\begin{array}{rcl} \text{م} & \text{م} & \text{م} \\ \text{م} & \text{م} & \text{م} \\ \text{م} & \text{م} & \text{م} \end{array}$$

تقريب

- اقسم ٥ د = د (٢) ٥ د = د (٣) ٥ د = د (٤)
 (٥) ٥ د = د (٦) ٥ د = د (٧)
 (٨) ٥ د = د (٩) ٥ د = د (١٠)
 (١١) ٥ د = د (١٢) ٥ د = د (١٣)
 ما هي القيمة العددية لهذه العبارة اذا كانت د = ١

$$\frac{\text{م} + \text{ل} + \text{د}}{\text{د}}$$

كيف تكتب بصورة اخرى

(١٣) ك (١٤) م (١٥) ل (١٦) (ك-ب) (١٧)

(١٨) د (١٩) ب+م (٢٠) (د-ن) (٢١)

(٢٢) المفروض ب = ٢ و ١ = ٥ فما هي قيمة ب (ب+٥) (٢٣)

(٢٤) المفروض ب = ٣ فما هي قيمة ب + ب + ب

٢ في حدين من قوت متنوعة

(٥٣) اقسام التسميات تم ا طرح دليل كل حرف من المقسوم عليه من دليل

مثله في المقسوم ثم ضع عن يسار الخارج الكيات الباقية من المقسوم

اقسم ١٦ ك ب د ٣ ب ي د ن ٨ د ي ه م

على ٨ ك ب ٤ د ي ه م

الخارج ٢ ك ب د ٣ ب ي د ن ٨ د ي ه م

اقسم ٤ ن د ه ١٠ ل م ه د ١٨ د ك ع

على ٢ ن د ه ٥ ل م ه د ٦ د ك ع

الخارج ٢ ل م ه د ٣ د ك ع

(٥٣) امكان قسمه حد على اخر تمامًا : يشترط لامكان قسمه حد على اخر

تمامًا ان تكون كل قوة في المقسوم عليه داخلية في المقسوم وادنى مما يمثلها .

تنبيه : اذا لم يتم الشروط المذكورة اختصر المقسومين باسقاط القوات

المشتركة بينهما من كليهما

٨ ن ي ل ٤ ن ي ١٢ ل م د ٣ ل د

٦ ن د ل ٣ د ٤ ل م س ٤ ل م س

٤ ن د ط ٤ ف د ط ١٠ ك ب س ٢ س

٣ ف س ٣ س ٥ ك ب س د ك ب د

نحو

اقسم ٨ د ب + ٤ د ب	(١٢) ١٤ د م + ٧ د م
(٣) ٩ و ل + ٣ و ل	(١٤) ٦ ه ف + ٣ ه ف
(٥) ٤ ن ب + ٤ ن ب	١٦ ١٥ د ب ن + ٣ د ب
(٧) ٩ د ب س	(٨) ٤ د ب ف
٣ د ب ن	٨ ه ب ص
(١٠) ٣ م ب د	(١١) ٥ د ب ل
٤ م ب ه	(١٢) ٣ ل ك ي
	٧ ل ك ن

(١٣) رجل اشغل ب يوماً باجرة يومية قدرها ١٠ ثم تصدق بما ناله على د فقيراً فكم مال كلا منهم

(١٤) ملاك عنده ب يستأجر في كل استأجر له شريكاً فوزع يوماً على كل منهم غروشاً تساوي مضاعف عدد استأجره واذ علم جاره بذلك وزع أيضاً على شركائه ٢٠ ب غروشاً فاصاب كلا منهم قدر ما وزع رفيقه على جميع شركائه فكم شريكاً كان عند الثاني وكم تكون على فرض ب = ٥ (١٥) يستأجر فلفل من ليمونة فاكل منها ٣ وبيع ربع الباقي فكم ليمونة باع

في نسخة عبارة مركبة على بسيطة

(٥٤) اقسام كل حد من المقسوم على المقسوم عليه

مثاله ٦ ك ل - ٣ ل + ٩ د ل ب ك - ٢ د ك
على ٣ ل -

الخارج ٢ ك ل - ١ د ل + ٣ د ل ب + ٢ د ك

تنبيه : يشترط لامكان هذه القسمة تماماً امكان قسمة كل حد من المقسوم كما سبق اي وجود فوات المقسوم عليه في كل حد من المقسوم

في فسخة عبارة بسيطة على مركبة

(٥٥) لا يمكن اجراء هذه القسمة تمامًا اذ لا يمكن ان تضرب حدود كثيرة فيحصل منها حد واحد فالعمل بذلك حسب القاعدة العامة

$$\begin{array}{r} \text{مثاله} \\ \text{م}^3 \quad \text{م}^4 \\ \hline \text{د}^2 + \text{ل}^2 \quad \text{ل}^4 - \text{ل}^3 - \text{م}^3 \end{array}$$

تبيد ان وجد في المقسوم ما هو مشترك في كل جزء من المقسوم عليه يسقط منهما الاختصار

$$\begin{array}{r} \text{مثاله} \\ \text{ل}^3 \quad \text{د}^3 \\ \hline \text{ك}^3 + \text{ل}^3 + \text{ل}^3 - \text{ك}^3 + \text{ل}^3 + \text{د}^3 \end{array}$$

ثم

- (١) اقم $\text{د}^4 + \text{د}^3 - \text{د}^2 - \text{د}^1$ على د^4
- (٢) $\text{د}^3 - \text{د}^2 - \text{د}^1 + \text{د}^0$ على د^3
- (٣) $\text{د}^2 - \text{د}^1 - \text{د}^0 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^2
- (٤) $\text{د}^1 - \text{د}^0 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^1
- (٥) $\text{د}^0 - \text{د}^1 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^0
- (٦) $\text{د}^1 - \text{د}^0 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^1
- (٧) $\text{د}^0 - \text{د}^1 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^0
- (٨) $\text{د}^1 - \text{د}^0 + \text{د}^1 - \text{د}^0$ على د^1

ابدل المقسومين في العبارات السابقة واستعمل الخارج

- (٩) رجل اسنان جرب فاعلًا فاشغفوا د يومًا وكانوا كل يوم يبنون اذرعًا قدر مضاعف عدد الا اربعة اذرع ثم زادهم فاعطين فاشغفوا مدة تزيد عن الاول ثلاثة ايام وهم يبنون يومياً اذرعًا قدر مضاعف عدد

يمكن اجراء القسمة على متوال اخر

(٥٧) حل المقسوم والمقسوم عليه الى اضلاعهما اي مضاربيهما الاصلية واسقط من كليهما الاضلاع المشتركة بينهما

$$\text{مثاله} \quad \frac{2 \text{ ك} - 2 \text{ ل}}{2 \text{ (ك - ل)}} = \frac{2 \text{ (ك - ل)}}{2 \text{ (ك - ل)}}$$

$$\frac{2 \text{ ب} + 2 \text{ س}}{2 \text{ (ب + س)}} = \frac{2 \text{ (ب + س)}}{2 \text{ (ب + س)}}$$

تنبيه : اذا لم تكن كل اضلاع المقسوم عليه داخلة في المقسوم فلا تمكن القسمة تماماً بل الاضلاع الباقية في المقسوم تبقى صورة على المخرج الباقي من اضلاع المقسوم عليه

$$\frac{2 \text{ د} + 2 \text{ س}}{2 \text{ (د + س)}} = \frac{2 \text{ (د + س)}}{2 \text{ (د + س)}}$$

تمارين

(١) اقسام ب د - ب م + ب ن - د د + د م - د ن على ب - د

(٢) ٦ ن ك - ١٨ ن ل + ٢٤ د ن ب - ٥ ف ك + ١٥ ف ل

— ٢٠ ف د ب على ٦ ن - ٥ ف

(٣) ٣٢ ب د ل - ٢٠ ب س ن + ١٢ ب ع - ٢٤ د ل ف

+ ١٥ س ف ن - ٩ ف ع + ٨ د ل - ٥ س ن + ٣ ع على

٤ ب - ٣ ف + ١

(٤) ٣ ك - ٨ ك + ٣ ك + ك على ٢ ك + ١

(٥) ١٥ ك ب - ١٦ ك ب + ٢٩ ك ب - ١٥ ك ب - ٢ ك ب

على ٥ ك ب - ٢ ك ب

- (٦) $س - س' ل + س' ل - س ل' على س - ل'$
 (٧) $و - ٢ و' ف + و' ف - و ف' + و' على و' + و'$
 (٨) $٢ ي ب - ٤ ي ب' - ٢ ب' على ٢ ي + ٢ ب'$
 (٩) $٢ - ٢ ع - ٢ ع' + ٤ ع' - ٦ ع' على ١ - ٤ ع + ٣ ع'$
 (١٠) $ن - ٢ ن' + ١٠ ن' - ٧ ن - ٥ على ن - ٥ ن' + ٣$
 (١١) رجل اشترى خمسة اذرع من القماش من منها زرقاء والبقية سوداء وكانت اذرع الثوب الاسود ب واذرع الثوب الازرق اقل من اذرع الثوب الاسود بخمسة وكان ثمن الذراع من اللون الواحد بقدر عدد اذرع الثوب من اللون الاخر ثم باعها باثمانها الى رجال عدد م
 (ب - ٥) فكم غرش اخذ من كل منهم
 كم يكون ما دفعه كل واحد لو فرضت ب = ٢٦

نظرية في القسمة على فضلة كيتين

- (٥٨) يعرف بدون اجراء العمل امكان قسمة عبارة مركبة على فضلة كيتين تماماً. ليكن المقسوم م والمقسوم عليه ب - د والخارج ج والباقي ق
 فلما $م = (ب - د) ج + ق$
 بالتعويض عن ب بدال تعبير $(ب - د) = ١٠$
 و $م = ق$

اي ان الباقي ق يساوي المقسوم م بعد ابدال الكمية ب الاولى بالثانية د
 مثال ذلك: $٢ ب' - ٤ ب' - ٥ ب' - ٤ على ب - ٣$
 الباقي $٢٩ - ٤ - ٣ \times ٥ + ٣ = ٤ - ٣ \times ٢$

كما يتضح ايضاً لدى القسمة بالعمل فلما من ذلك النظرية الاتية
 كل عبارة تنقسم على فضلة كيتين تماماً اذا عدلت صفراً بعد التعويض
 فيها عن الكمية الاولى بالثانية والا فلا

مثاله $\bar{ب} - \bar{ب} - ٢ - \bar{ب} + \bar{ب} + ١$ على $\bar{ب} + ٢$

الباقى $٢ - ٢ - ٢ - ٢ - ٢ - ١ = ١٥$

فلما ذكر اذا عدل المقسوم صفراً بعد التعويض فيه عن الكمية الاولى من المقسوم عليه بالكمية التالية منفية فهو يقبل الاقسام على مجتمعهما والا فلا

نتيجة ١ مجتمع فونين متشابهتين وترينين لكيتين ينقسم على مجتمعهما

اي $\bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د}$ ينقسم تماماً بفرض م وتر

لان الباقي بعد التعويض $(\bar{د} - \bar{د}) + \bar{د}$

فاذا كانت م وتر فالباقي $\bar{د} - \bar{د} = ٠$ (٤١)

واذا كانت شعاعاً فالباقي $\bar{د} - \bar{د} = ٢\bar{د}$

$\bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د} = \bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د} - \bar{ب} + \bar{د} = ٢\bar{د}$ الباقي

$\bar{ب} + \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د} = \bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د} - \bar{ب} + \bar{د} = ٢\bar{د}$ والباقي $٢\bar{د}$

والخارج فيها سلسلة قوت اولها ايجائي والثاني سلمي وهكذا على الترتيب

نتيجة ٢ فصلة فونين متشابهتين شفعينين لكيتين تنقسم على مجتمعهما

اي $\bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د}$ تنقسم تماماً بفرض م شعاعاً

لان الباقي بعد التعويض $(\bar{د} - \bar{د}) - \bar{د}$

فاذا كانت م شعاعاً فالباقي $\bar{د} - \bar{د} = ٠$ (٤١)

واذا كانت م وتر فالباقي $\bar{د} - \bar{د} = ٢\bar{د}$

$\bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د} = \bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د} - \bar{ب} + \bar{د} = ٢\bar{د}$

$\bar{ب} - \bar{د}$ على $\bar{ب} - \bar{د} = \bar{ب} - \bar{ب} + \bar{د} - \bar{ب} + \bar{د} = ٢\bar{د}$ والباقي $٢\bar{د}$

والخارج فيها كما ترى سلسلة قوت اولها ايجائي والثاني سلمي ونش

على الترتيب

$$(٨) \quad \text{ن} - ١٦ = (\text{ن} + ٢) (\text{ن} - ٢ - \text{ن} + ٤ - \text{ن} - ٨) (٢٥٩)$$

لنا من ذلك القواعد الآتية

أولاً الحد البسيط ينقل الى اضلاع قدر عدد كميته او عدد فواتها مثاله

$$٣ \text{ م } \text{ب} \text{ س} = ٣ \text{ م } \text{ب} \text{ س} = ٣ \text{ م } \text{ب} \text{ س} = ٣ \text{ م } \text{ب} \text{ س} = ٣ \text{ م } \text{ب} \text{ س}$$

ثانيه : الحد الايجابي يحل الى اضلاع كلها ايجابية او يجعل زوج او

اكثر منها سلبياً والحد السالب يحل الى اضلاع واحد منها فقط منفي

ويمكن ان تجعل اضلاع منه منفية شرط ان يكون عددها وترّاً

$$\text{مثاله} \quad \text{ب} \text{ ك} \text{ ل} = \text{ب} \text{ ك} \text{ ل} \text{ او } \text{ب} \text{ ك} \text{ ل} - \text{ب} \text{ ك} \text{ ل}$$

$$- \text{د} \text{ م} \text{ ن} = - \text{د} \text{ م} \text{ ن} - \text{د} \text{ م} \text{ ن}$$

ثانياً نأخذ القوة المشتركة بين جميع الحدود ضلعاً وما يخرج من القسمة

عليها ضلعاً آخر مثال ٢

$$٢ \text{ ب} \text{ س} + ٤ \text{ ب} \text{ س} - ٨ \text{ ب} \text{ س} = ٢ \text{ ب} \text{ س} + ٢ \text{ ب} \text{ س} - ٤ \text{ ب} \text{ س}$$

$$\text{او } ٢ \text{ ب} \text{ س} - (٢ \text{ ب} \text{ س} - ٢ \text{ ب} \text{ س} + ٤ \text{ ب} \text{ س}) \quad (٣٦ \text{ ثيبه } ٢)$$

ثالثاً نقل فضلة مربعين الى مجتمع جذريهما وفضلهما وذلك بمقتضى

عكس النظرية الاولى في الضرب مثال (٣)

رابعاً مربع الحدين يحل الى ضلعيه المتساويين كل منهما جذر الحد

الاول المالم وجذر الحد الثالث المالم مربوطين باشارة الاوسط مثال ٤ وهـ

خامساً الامثلة ٦، ٧، ٨ حلها بمقتضى النتائج المذكورة انفاً في القسمة

وهي فضلة قوتين متشابهتين احد ضلعيها فضلة جذريهما

مجتمع فونين وترتين متشابهتين احد ضلعيه مجتمع جذريهما

فضلة فونين متشابهتين شلعيه مجتمع جذريهما ايضاً

ملاحظة ١ - قد تكون حدود العبارة او بعضها مرتبطة بعلامات

المحصر فينبغي بسطها ثم حلها الى اضلاع

واعطى اكبرهما فقط اشارة الاوسط

$$\text{مثلاً } ٢ - ك - ٢ = ٢ + ك - ٢ = ٢ + ك - ٢$$

$$= (٢ - ك) (٢ - ك) = (٢ - ك) (٢ - ك) =$$

$$٢ + ك + ٢ + ك = ٢ - ك + ٢ + ك$$

$$= (٢ + ك) (٢ + ك) = (٢ + ك) (٢ + ك) =$$

$$٢ + ك + ٢ + ك = ٢ - ك + ٢ + ك$$

$$= (٢ + ك) (٢ + ك) = (٢ + ك) (٢ + ك) =$$

$$٢ + ك + ٢ + ك = ٢ - ك + ٢ + ك$$

$$= (٢ + ك) (٢ + ك) = (٢ + ك) (٢ + ك) =$$

وترى في جميعها ان حاصل مسمي الجزئين يساوي حاصل مسمي الحد الاول في الحد الاخير وتطبه

$$٢٠ - ك - ١٢ = ٢٠ + ك - ١٢ = ٢٠ + ك - ١٢$$

$$= (٢٠ - ك) (٢٠ - ك) = (٢٠ - ك) (٢٠ - ك) =$$

$$= (٢٠ - ك) (٢٠ - ك) = (٢٠ - ك) (٢٠ - ك) =$$

$$\text{فالحاصل } ٢٠ \times ١٢ = ١٥ \times ١٦$$

$$٣ - ك - ٩ = ٣ + ك - ٩ = ٣ + ك - ٩$$

$$= (٣ - ك) (٣ - ك) = (٣ - ك) (٣ - ك) =$$

$$= (٣ - ك) (٣ - ك) = (٣ - ك) (٣ - ك) =$$

$$\text{وهنا حاصل } ٣ \times ٩ = ٣ \times ٣$$

ملاحظة ٠ - سهل حل عبارة مركبة من اربعة حدود فاكثروا

بتفريق حد او اكثر منها ويشترط في التفريق اضافة كمية وعكسها

ومناسبة الحدود للقسم على كمية مركبة من ضلع الحد الاول وضلع الحد

الاخير من العبارة المفروضة مثلاً $٦ + ك - ٩ - ك$

خذ $ك$ ضلع $ل$ و ٢ ضلع ٦ ورفى الحدود الوسطى حتى تقسم على $ك - ٢$
 $ك - ٢ = ك + ٢ - ك - ٦ = ٦ - ٢ = ك - ٤$ (٢ - ك)
 $٢ + ك - ٢ - ك - ٦ = (٢ - ك) - ٤ = (٢ - ك) - ٤$
 اما تعيين قيمة هذه العبارات على $ك - ٢$ او $ك - ٢$ او $ك - ٣$
 او $ك - ٣$ فنفسه على كثرة الممارسة وعلى التجربة احيانا بالتعويض
 حسب (٥٨ و ٥٩)

تعرّف

حل ما يأتي الى اضلاع

- (١) $ب د$ ، (٢) $٣ م ن$ ، (٣) $٥ ك ب د$
- (٤) $٨ ل ن$ ، (٥) $٨ ك ل + ٤ ك م - ٤ ك د + ٤ ك$
- (٦) $٥ م س - ١٥ م س - ٢٠ م س - ١٠ م س$
- (٧) $٣ م ن - ٩ د ن + ١٢ ب ن - ١٨ د ن$
- (٨) $٤ س - ٢ س + ٨ س$ (٩) $٢٥ ك - س$
- (١٠) $٩ د ه - ٤ ل$ (١١) $١٦ م - ٤$
- (١٢) $٢ د س + س$ (١٣) $١٣ ب + ب د + د$
- (١٤) $٩ ه + ٣٠ ه + ٢٥$ (١٥) $٤ د س + ٤ د س + ٤$
- (١٦) $(ب + د) - ه$ (١٧) $ه - ا - ب - د$
- (١٨) $ب - ٢ ب م + م$ (١٩) $٤ د - ٢ د م + س$
- (٢٠) $٩ س - ٢٤ س ه + ١٦ ه$ (٢١) $ك - ٨ ك + ١٦$
- (٢٢) $ث - ل$ (٢٣) $ب + د$ (٢٤) $١٦ م - ١٦ د$
- (٢٥) $(ك + ي) - و$ (٢٦) $ك ٢ ك - ١$ (٢٧) $ك + ٧ ك + ١٢$
- (٢٨) $ك - ٧ ك + ١٠$
- (٢٩) $ك - (د + م) ك + د$

- (٣٠) $١٢ \text{ ك} - ٢٥ \text{ ك ي} + ١٢ \text{ ي}$
 (٣١) $٢٤ \text{ ك} - ٢ \text{ ك} - ١٥$
 (٣٢) $٢ \text{ ك} + ٣ \text{ ك ي} = \text{ي} + \text{ك} + \text{ي}$
 (٣٣) $١ \text{ ك} + ٢ \text{ ك ي} + ١ \text{ ك} + ١ \text{ ي}$
 (٣٤) $(١ \text{ ك} + ١ \text{ ي}) - (١ \text{ ك} + ١ \text{ ي}) - (١ \text{ ك} + ١ \text{ ي})$ الى ثلاثة اضلاع
 (٣٥) $١٢ \text{ ك} - ٨ \text{ ك} + ١٩ \text{ ك} - ١٢ \text{ ك} - ١٣٦ \text{ ك} - ١$
 (٣٦) $١٢ \text{ ك} - (١ \text{ ك} - ١ \text{ ي}) - (١ \text{ ك} - ١ \text{ ي})$
 (٣٨) $١٢ \text{ ك} + ٢ \text{ ك} - ٧ \text{ ك} - ٨ \text{ ك} + ١٢$
 (٣٩) $(١ \text{ ك} - ١) (١ \text{ ك} - ١) (١ \text{ ك} - ١) (١ \text{ ك} - ١) (١ \text{ ك} - ١)$
 (٤٠) $٤ \text{ ك} - ٩ \text{ ك} + ٢٤ \text{ ك} - ١٦ \text{ ك}$
 (٤١) $٤ \text{ ك} + ٤ \text{ ك} + ٤ \text{ ك} + ٤ \text{ ك} - ٠ - ٠ - ٠ - ٠$

العاد الأكبر

- (٦١) العاد والمعدود ٠ — كل مضروب بعدد حاصله اي يتكرر فيه مرة او أكثر فالاول ضلع من الثاني او عاقله والثاني معدود الاول
 (٦٢) العاد الأكبر : هو أكبر عبارة تنقسم عليها الكميات المطلوبة تماماً اي أكبر ضلع مشترك بينها جميعها ولنا فيه ملاحظتان
 ملاحظة ١ : كل كمية هي العاد الأكبر لذاتها ولا تنقسم على أكبر منها
 نتيجة ١ : العاد الأكبر لكميات متساوية هو أحدها
 نتيجة ٢ : العاد الأكبر بين كمية واي حاصل منها هو تلك الكمية
 لأنها تعد ذاتها وتعد العاد الأكبر بين ١٠ و ٢٠ و ٣٠ و ٤٠ و ٥٠ و ٦٠ و ٧٠ و ٨٠ و ٩٠ و ١٠٠
 ملاحظة ٢ : العاد مجتمع كميتين او فضلتها بعد كلاً منهما
 (٥٤ تنبيه) اي ١٠ تعد ١٠ و ١٠ تعد ١٠ و ١٠ تعد ١٠ و ١٠ تعد ١٠

نتيجة : ليكن المقسوم عليه ع والخارج ج والباقي ب فالمقسوم = ع ج + ب
والعاد الاكبر للمقسوم والمقسوم عليه ع يعد ع ج حاصله او يجب ان يعد ب
ابقاً فهو العاد الاكبر للمقسوم عليه والباقي

فلنا من ذلك هذه القاعدة : اقسام الكبرى على الصغرى ثم المقسوم
عليه على الباقي وكرر العمل الى ان لا يبقى شيء فالمقسوم عليه الاخير هو
العاد الاكبر بين الكهيتين

مثلاً خذ العاد الاكبر بين $د - د٢ - ١$ و $د + د٢ + ١$
 $(د + د٢ + ١) : (د - د٢ - ١) = ١$
 $د + د٢ + ١$

الباقي والمقسوم عليه الاخير $(د - د٢ - ١) : (د + د٢ + ١)$
 $د + د٢ + ١$

تسبنا المقسوم عليه $د$ انخ على الباقي فلم يبق شيء فالعاد الاكبر
هو $د - ١$

تنبيه يمكن ضرب احدى الكهيتين او قسمتها على كية لا تدخل في
الاعرى هي او ضلع منها دون ان يتغير العاد الاكبر بينهما مثلاً
العاد الاكبر بين $س د$ و $س ب$ هو العاد الاكبر بين $س$ و $س ب$
وبين $س د$ و $س ب$

مثلاً ما هو العاد الاكبر بين $د - د٢ - ١$ و $د + د٢ + ١$
 $(د + د٢ + ١) : (د - د٢ - ١) = ١$
 $د + د٢ + ١$

$د + د٢ + ١$
 $د - د٢ - ١$
 $د + د٢ + ١$
 $د - د٢ - ١$

و ٢ ذك - ٢ ك (٢ ك - ١ د) فيمكن اسقاط ٢ لثمنه فنقسم
على (د - ك) د - ذك - ذك + ك ١ د - ك
د - ذك

-- ذك + ك

-- ذك + ك

حيث لم يبق باق فالتقسيم عليه الاخير د - ك هو العاد الاكبر
قاعدة ٣ - اذا امكن حل الكيتين الى اضلاعها بسهولة فحاصل
الاضلاع المشتركة هو العاد الاكبر بينهما مثلاً

٢ د - ٢ ك (٢ د + ك) (د - ك)

و ٢ س د - ٢ س ك (٢ س + د) (د - ك)

فالعاد الاكبر بينهما هو ٢ (د - ك) او ٢ د - ٢ ك

(٦٣) اذا اردت استعمال العاد الاكبر لثلاث كيات فاكثرتخذ
اولاً لاثنتين منها ثم خط العاد الاكبر لثالثته والعاد الاكبر المأخوذ وهكذا
مهما تعددت الكيات فالتقسيم عليه الاخير هو العاد الاكبر لجميع

تمرين

خذ العاد الاكبر لما يأتي

(١) ١٦٨٠١٢٨ (٢) ب ك و ب ك

(٣) ١٨٠٠٠٢٥٠ (٤) د ب ك و د ب ك

(٥) ١٥ د ب و د ب (٦) ١٤ م ن ب و ٧ م ن ب

(٧) ٤ ب ك ي و ٢ د س ك ي

(٨) ب ح د ب س د ح س د

(٩) ب ك ي ك ي ك ي د ب ك

- (١٠) د ك + ب ك + د ي + ب ي
 (١١) ك - د و ك + د ك + د
 (١٢) ٢ د - ٢ د ب + ٥ د - ٥ د ب
 (١٣) (ك + ي) (١٠ ك - ي)
 (١٤) ك - ٢ ك - ١ ك + ٢ ك - ١
 (١٥) ك - ٧ ك + ١٠ ك - ٢٥ ك + ٢٠ ك - ٢٥
 (١٦) ٣ ك + ك - ك + ٣ و ٣ ك + ٥ ك - ك - ٣
 (١٧) ٤ س + ٣ س - ١٠ و ٤ س - ٢٥ س + ٢٠ س - ٢٥
 (١٨) ٢ ك - ٣ ك - ٩ ك + ٥ و ٢ ك - ٧ ك - ٣
 (١٩) ك - ١ و ك - ٢ ك - ١ و ك - ١
 (٢٠) د + ٢ د ب + ب و د - ب و د + ٢ د ب + ٢ د ب + ب

المعدود الاصغر

(٦٤) المعدود الاصغر لعدة كميات هو اصغر عبارة تنقسم على كل منها دون باقي لذلك يجب ان تكون تلك الكميات داخلية فيه (٥٤٠٥٣ تنبيه) ومن املاعه وعادة له (٦١) فلذا فيه هذه الملاحظة: كل ضام مشترك في اثنين او اكثر من الكميات المفروضة يكفي دخوله مرة واحدة في المعدود مثلاً في د ب د س ب ح يكفي دخول د ب مرة في المعدود فيكون د ب س ح

نتيجة ١ - المعدود الاصغر للكميات المتساوية هو احدها والكميات متداخلة اي تعد بعضها هو اكبرها والكميات متباينة لا عاد مشترك لها هو حاصلها مثلاً معدود س و س هو س
 معدود ب ب س ب س ح الاخيرة ومعدود ب س د هو ب س د

الباب الثالث

في الكسور الجبرية وعملياتها

الفصل الاول

في الكسر وخاصياته

(٦٥) الكسر عبارة عن مقسومين احدهما صورة والاخر مخرج وفيه
شي الخارج من قسمة الصورة على المخرج وتكون الجايبة او سلبية وتعديل
عددًا تامًا او كسرًا مثاله $\frac{2}{3}$ فالمراد من هذا الكسر قسمة ب الى اقسام

$$\text{قدر د ثم انك ب} = \frac{2}{3} \quad \text{د} = 4 \text{ فقيمته} \frac{1}{3} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$\text{انك ب} = 6 - \text{د} = \frac{2}{3} \text{ فقيمته} 6 - \frac{1}{3} = 5 \frac{2}{3}$$

(٦٦) علامة الخارج تنغير بتغير اشارة احد المقسومين وتبقى على
حالتها بتغيرها فيهما فقيمة الكسر تنغير من + الى - او بالعكس اذا تغيرت
علامات الصورة او المخرج وتبقى على حالها اذا تغيرت في كليهما

$$\frac{\text{ب} - \text{د}}{\text{س} - \text{د}} = \frac{\text{س} - \text{د}}{\text{ب} - \text{د}} \quad \text{د} = \frac{\text{س} - \text{د}}{\text{ب} - \text{د}} \quad \text{د} = \frac{\text{س} - \text{د}}{\text{ب} - \text{د}}$$

$$\frac{\text{س} - \text{د}}{\text{ب} - \text{د}} = \frac{\text{ب} - \text{د}}{\text{س} - \text{د}} \quad \text{د} = \frac{\text{ب} - \text{د}}{\text{س} - \text{د}} \quad \text{د} = \frac{\text{ب} - \text{د}}{\text{س} - \text{د}}$$

(٦٧) العلامة المتقدمة على الكسر تزيد جمع الخارج او طرحه والكسر
معها نظير كمية معصورة فاذا اريد تغيير العلامة المذكورة وجب تغيير
علامات الصورة او المخرج

$$\frac{ب-س}{د-ح} = \frac{س-ب}{د-ح} \text{ أو } \frac{ب-س}{د-ح}$$

(٦٨) الكسور الجبرية خاصيات الكسور الحسابية ذاتها وهي

خاصية ١ : ضرب صورة الكسر وحدها بكية كضرب فيمتنه فيها مثلاً

$$\frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك} \text{ أو } \frac{ب}{د} \times ك = \frac{ب \times ك}{د}$$

كذا ليكن $\frac{ب}{د} = م$ فيكون $\frac{ب}{د} = م \times \frac{د}{د}$ أو $م \times \frac{د}{د}$

البرهان : $\frac{ب}{د} = م$ (م انوجب ٤٧) $م \times د = ب$ اذا $م = \frac{ب}{د}$ (اولية ٥)

وبالقسمة على $د$ $\frac{ب}{د} = م$ (اولية ٦) وهو المطلوب

خاصية ٢ : قسمة صورة الكسر وحدها على كية كقسمة فيمتنه عليها مثلاً

$$\frac{ب}{د} = \frac{ب}{د \div ك} \text{ و } \frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك} \text{ و } \frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك}$$

كذا ليكن $\frac{ب}{د} = م$ فيكون $\frac{ب}{د} = م$ البرهان

اضرب الطرفين اي فيمتي الكسرين لوسورتيهما في س (خاصة ١)

$$\frac{ب}{د} \times س = \frac{ب \times س}{د \times س} \text{ اي } \frac{ب}{د} = م \text{ حسب المفروض}$$

خاصية ٣ : ضرب مخرج الكسر وحده في كية كقسمة فيمتنه عليها مثلاً

$$\frac{ب}{د} = \frac{ب}{د \times ك} \text{ و } \frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك} \text{ و } \frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك} \text{ و } \frac{ب}{د} = \frac{ب \times ك}{د \times ك}$$

نتيجة ١ : يحتزل الكسري بخصر بقسمة حديه على كمية واحدة

$$\text{مثال ١} \quad \frac{١٨ \text{ د ب دل}}{٩ \text{ د ب م}} = \frac{٢ \text{ د ب ل}}{\text{م}}$$

وذلك بقسمة الصورة والمخرج على ٩ د ب م العاد الأكبر

$$\text{مثال ٢} \quad \frac{٢ \text{ د}}{٢ \text{ د} \times ٢ \text{ د}} = \frac{٢ \text{ د}}{٤ \text{ د} + ٢ \text{ د ب}} = \frac{٢ \text{ د}}{(٢ + ٢ \text{ د ب})}$$

$$\text{مثال ٣} \quad \frac{٢ \text{ د} - \text{ك د}}{٢ \text{ د} + \text{ك د}} = \frac{٢ \text{ د} - \text{ك د}}{(٢ + \text{ك د})}$$

$$\frac{٢ \text{ د} - \text{ك د}}{(٢ + \text{ك د})} = \frac{٢ \text{ د} - \text{ك د}}{(٢ + \text{ك د})} = \frac{٢ \text{ د} - \text{ك د}}{(٢ + \text{ك د})}$$

$$\text{مثال ٤} \quad \frac{١ - \text{ل م} - \text{ل م} - \text{ل م}}{١ - \text{ل م}} = \frac{١ - \text{ل م}}{١ - \text{ل م}}$$

$$\frac{١ - \text{ل م}}{١ - \text{ل م}} = \frac{(١ - \text{ل م})}{(١ - \text{ل م})}$$

$$\text{مثال} \quad \frac{٣٥ + \text{ك} + ٧ - \text{ك}}{٣٥ + \text{ك} + ٧ - \text{ك}} = \frac{٣٥ + \text{ك} + ٧ - \text{ك}}{٣٥ + \text{ك} + ٧ - \text{ك}}$$

$$\frac{٥ + \text{ك}}{٥ + \text{ك}} = \frac{(٥ + \text{ك})}{(٥ + \text{ك})}$$

نتيجة ٢ : يمكن تحويل عدة كسور الى مخرج مشترك دون تغيير قيمتها
وقاعدته : ان ضرب حدي كل كسر في حاصل مخرج غيره او في كمية تجعل
المخرج مساويا للمدود الاصغر للمخرج كلها

$$\frac{د}{ب} = \frac{ن}{ل} = \frac{د ه ف}{ن ب ف} = \frac{ل ب م}{ن ب ف}$$

مثال ٢ $\frac{٥}{د ف ٢} \cdot \frac{ب}{د ٢} \cdot \frac{م}{د ف ٦}$

خذ ٢ د ثم ف فيبقى ف ٣٠١٠ د فالعدد الاصغر حاصلها ٦ د ف

$$\frac{٥}{د ٢} \times \frac{ب ٣}{د ف ٢} \cdot \frac{م ١٥}{د ف ٦} = \frac{٥ \times ٣ \times ١٥}{د ٢ \times د ف ٢ \times د ف ٦}$$

مثال ٣ $\frac{ب ٥}{د - ٤} \cdot \frac{م ٢}{٢ (د + ٢)} \cdot \frac{ك ٥}{٥ العدد الاصغر (د - ٤)}$

اذا $\frac{٥ \times ٢ \times ٥}{(د - ٤) \times ٢ (د + ٢) \times ٥} = \frac{١٠}{(د - ٤) (د + ٢)}$

تنبيه : الصحيح ه بمثابة كسر مخرجه واحد فقس عليه

الختزل

$\frac{١٠}{ن ا ح}$	$\frac{٥ م ف د ٢}{١٥ م ف د ٢}$	$\frac{٤ د م س}{٢ د م س}$
$\frac{٢٠}{ن ا ح}$	$\frac{١٥ م ف د ٢}{٢٥ د - ٢٥}$	$\frac{٢ (ب - ١)}{٤ (ب + ١)}$
$\frac{٢٧ + ب}{٢ (ب + ٣)}$	$\frac{٨ ك - ٢٧}{١٥ ك - ١٠}$	$\frac{١ + ك}{٢ + ك + ٢ + ك + ١}$
$\frac{٢ (١٦ - س)}{٤ (س - ٢ + س + ٤ - ٨)}$	$\frac{٢ (١٦ - س)}{٢ (١٦ - س)}$	
$\frac{٢ + ك}{٢ ك - ١}$		

$$١٤ + ٥٤٢ - ٥٦ - ٢٨$$

$$١٤ - ٤٢ - ٢٨ - ٤٢$$

$$ب - ٢ - ١٥ - ب$$

$$ب - ١٥ + ب$$

جنس اي حول الى مخرج مشترك

$$(١) \quad \frac{٢}{ك} \quad \frac{٢}{٣} \quad \frac{٥}{ف} \quad (٢) \quad \frac{٥}{ل} \quad \frac{٦}{ع} \quad \frac{٨}{ط}$$

$$(٣) \quad \frac{ص}{٢م} \quad \frac{ب}{٤م} \quad \frac{ن}{٥م} \quad (٤) \quad \frac{١٥}{ب+ب} \quad \frac{١٦}{ب+ب} \quad \frac{١٧}{ب+ب}$$

$$(٥) \quad \frac{٨}{٤-د} \quad \frac{٣}{٣+د} \quad \frac{٥}{٣-د} \quad (٦) \quad \frac{٥}{٣-د} \quad \frac{٣}{٣+د} \quad \frac{٤}{٣-د}$$

$$(٧) \quad \frac{د}{ب-ب} \quad \frac{ل}{ب-ب} \quad \frac{٥}{ب-ب}$$

الفصل الثاني

في جمع الكسور وطرحها

(٦٩) الكسور نظير الكليات الصحيحة تجمع بربطها وعلاماتها وتطرح بتبديل اشارة المطروح ثم جمعه الى المطروح منه (٣٤ و ٣٦)

$$\text{اجمع } \frac{٢}{٤} \text{ و } \frac{٣}{٤} \text{ و } -\frac{١}{٤} \text{ الجواب } \frac{٢}{٤} + \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$\text{اطرح } -\frac{٢}{٤} \text{ من } \frac{٢}{٤} = \frac{٢}{٤} + \frac{٢}{٤} = \frac{٤}{٤} \text{ من } \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٤} = \frac{٥}{٤}$$

$$\frac{٤}{٤} \text{ من } \frac{٥}{٤} = \frac{٥}{٤} - \frac{٤}{٤} = \frac{١}{٤} \text{ بتغيير علامة الكسور او صور تدا وتخرجها}$$

(٧٠) علمت ان الكسور المتقدمة عليها اشارة الجمع فقط يراد معها

وصور الكسر المتخدة للخرج فقط ولكن جمعا لانها تدل على عدة الاجزاء

المأخوذة من اقسام الواحد المتساوية فلنا هذه القاعدة لاصلاح الكسور
اي تحويلها الى كسر اوحد واحد

حول اشارات الكسور السلبية الى ايجابية (٦٧) ثم جنس
الكسور اذا لزم وضع مجموع الصور الجديدة على المخرج المشترك
فما كان فهو الجواب

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

$$\text{من } \frac{3+2}{5} \text{ اطرح } \frac{2-1}{5} \text{ المخرج المشترك ٥ ب}$$

$$\text{الجواب } \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5}$$

$$\frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5} \quad \frac{3}{5} - \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

$$\text{من } \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5} \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

تقريب

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5} \quad \frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$$

$$(٣) \quad \frac{ن د + ب ه}{ب د} = \frac{ن د - م ه}{م ه} \quad (٤) \quad \frac{ط ٢ - ي}{٢} - \frac{ط ٤}{٤}$$

$$(٥) \quad \frac{٢}{ب ي} \text{ و } \frac{١}{ب} \text{ و } \frac{١}{ب} \quad (٦) \quad \frac{١}{ب} \text{ و } \frac{٢}{ب} \text{ و } \frac{٣}{ب}$$

$$(٧) \quad \frac{د - ب}{د ب} \text{ و } \frac{ب - س}{ب س} \text{ و } \frac{س - د}{س د} \quad (٨) \quad \frac{ك}{د} \text{ و } \frac{ك}{د - ك} \text{ و } \frac{د}{د - ك}$$

$$(٩) \quad \frac{د}{ك + ١} \text{ و } \frac{ك - ٢}{ك + ١}$$

$$(١٠) \quad \frac{ب}{ك + ٣} \text{ و } \frac{ب}{ك + ٢} \text{ و } \frac{ب}{ك + ١}$$

$$(١١) \quad \text{اطرح } \frac{د}{١} \text{ من } \frac{١٠}{١} \quad (١٢) \quad \frac{١٧}{١} \text{ من } \frac{٨ + ب}{١}$$

$$(١٣) \quad \text{من } \frac{١٢ + د + ب}{١} \quad (١٤) \quad \frac{٣}{س} - \left(\frac{٤}{س} + \frac{٢}{س} \right) \quad (١٥) \quad \frac{ب - د}{ب + د} \text{ من } \frac{ب + د}{ب - د}$$

$$(١٦) \quad \frac{٢}{ك + ١} \text{ من } \frac{٣ + ٢}{ك + ١}$$

$$(١٧) \quad \frac{١}{س - ١} - \frac{١}{٢(س + ١)} - \frac{١}{٢(س + ١)}$$

$$(١٨) \quad \frac{ف - (د - ف)}{(ف + د)}$$

$$\left[\frac{1}{(1-d^2)} + \frac{d^2}{(1-d^2)} \right] - \frac{1}{1-d^2} \quad (19)$$

الفصل الثالث

في ضرب الكسور

(٧١) ضرب الكسر في الصحيح - اضرب الصورة في الصحيح واقسم الحاصل على المخرج أو اقسم المخرج على الصحيح وضع الصورة على الخارج

$$\frac{d}{a} \times \frac{b}{c} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} \quad \text{(خاصة ١)} \quad \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} \quad \text{(خاصة ٢)}$$

$$\frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} \quad \text{ب} = (1-d) \times \frac{b}{c} \quad \text{ف} = (1-d) \times \frac{b}{c}$$

تنبيه : إذا ضرب الكسر فيما يساوي المخرج يسقط مخرجه (مثال ٣)

$$\frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} \quad \text{(٧٢) حاصل}$$

ضربنا الكسر $\frac{b}{c}$ أو فجمته بضرب صورته في $\frac{b}{c}$ حسب خاصة (١)
ولما كانت صورة الحاصل مقسومة على d ضربنا المخرج في d عوض قسمته
الصورة حسبما تقدم اثباته فقاعدة ضرب الكسر في الكسر

ضع حاصل الصور صورة على حاصل الخارج مثلاً

$$\frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} \quad \frac{b}{c} \times \frac{d}{a} = \frac{b}{c} \times \frac{d}{a}$$

تنبيه : يسهل اختصار العمل باختزال أية صورة مع أي مخرج كان
إذا أمكن مثلاً

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \frac{4}{4}$$

اخترنا صورة الكسر الاول ومخرج الثاني ثم صورة الثاني ومخرج الثالث ثم صورة الثالث ومخرج الاول

$$\frac{(1-n)^2}{d^2} = \frac{2}{d^2} \times (1-n) = \frac{4}{d^2} \times \frac{(1-n)}{2} \times \frac{d}{1-n}$$

تقريب

$$(5-d) \times \frac{b-f}{d-f} \times \frac{5+d}{b+f} \text{ اضرب}$$

$$\left(\frac{d}{2} - \frac{d+f}{2}\right) \times \frac{f}{d-s} \quad (2)$$

$$(1-s) \times \frac{s}{d} \times \frac{d}{1-s} \quad (3)$$

$$9 \times \frac{7-8}{\frac{1}{4}} \quad (5) \quad 84 \times \frac{2}{21} \quad (6)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) (7) \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \quad (8)$$

$$(b+1) \times \left(\frac{1}{b-1} + \frac{1}{b+1}\right) \quad (9)$$

$$\left(\frac{1}{d} - d\right) \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d}\right) (10) \quad \frac{b}{d-d} \times \frac{d-d}{b} \quad (11)$$

$$\frac{d-s}{d+s} \times \frac{d+s}{d-s} \quad (12)$$

$$(12) (1 + \frac{1}{d} - \frac{1}{d}) (1 + d + \frac{1}{d})$$

$$(13) [1 + \frac{1}{d} + \frac{1}{d}] (1 - b)$$

الفصل الرابع

في قسمة الكسر

(٧٣) ليكن المطلوب قسمة $\frac{a}{d}$ فالخارج حسب (خاصية ٢)

$$\frac{a}{d} \text{ وحسب خاصية (٣) } \frac{a}{d} = \frac{a}{d} + \frac{a}{d} \text{ فقاعدته}$$

قسمة الكسر على الصحيح - انقسم الصورة على الصحيح وضع الخارج

على المخرج او اضرب المخرج في الصحيح وضع الصورة على الحاصل

$$\text{مثال ١} \quad \frac{12}{5} = \frac{12}{5} = \frac{2(6)}{5} = \frac{2(3)}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\text{اخر} \quad \frac{a-b}{d} = \frac{a}{d} - \frac{b}{d}$$

(٧٤) ليكن $\frac{a}{d} \div \frac{b}{d}$ فالخارج $\frac{a}{d} \times \frac{d}{b}$ (خاصية ٤)

$$\text{وحسب نتيجة الخاصيات} \quad \frac{a}{d} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{d} \times \frac{d}{b} = \frac{a}{b} \text{ او } \frac{a \times d}{b \times d}$$

المطلوب قسمة الكسر $\frac{a}{d}$ فيلزم ان تضرب مخرجه حسب (خاصية ٤) في

بم $\frac{b}{d}$ يصح لنا بموجب نتيجة الخاصيات ان نقسم الصورة على م عوض

ضرب المخرج فيها فيكون الجواب الخارج من قسمة الصورتين على الخارج

من قسمة المخرجين واما ان تضرب الصورة في م عوض قسمة المخرج عليها

فيكون الجواب حاصل المقسوم في مقلوب المقسوم عليه فقاعدة
 قسمة الكسر على الكسر: اقس الصورة على الصورة والمخرج على المخرج
 فالخارج الاول صورة جديدة والثاني مخرج جديد وان لم يمكن ذلك
 دون باقي اضرب المقسوم في مقلوب المقسوم عليه او مكفؤه فالخاصل
 هو الجواب مثال ١

$$\frac{2د - 2ب}{2د + 2ن} = \frac{2د(2ب + 2ن)}{2د + 2ن} = \frac{2د(2ب + 2ن)}{2د + 2ن}$$

$$\frac{2د}{2د + 2ن} = \frac{2}{2د + 2ن} \times \frac{2د}{2د + 2ن} = \frac{2}{2د + 2ن} + \frac{2د}{2د + 2ن}$$

ويبرهن عن صحة هذا القلب ايضاً بالامتحان بضرب الخارج في

$$\frac{2د}{2د + 2ن} = \frac{2}{2د + 2ن} \times \frac{2د}{2د + 2ن}$$

٢ بان ضرب المقسومين في مقلوب المقسوم عليه يجعل المقسوم عليه واحداً

$$\text{مثلاً } 1 \div \frac{2د}{2د + 2ن} = \left(\frac{2}{2د + 2ن} \times \frac{2د}{2د + 2ن} \right) \div \left(\frac{2}{2د + 2ن} \times \frac{2د}{2د + 2ن} \right)$$

فيكون الخارج حاصل المقسوم الاصل في مكفؤه المقسوم عليه

(٧٥) في ب + $\frac{2}{3}$ الصحيح المقسوم مخرجه واحد فالجواب ب $\times \frac{2}{3}$

فقاعدة العمل في قسمة الصحيح على الكسر:

اقسم الصحيح على الصورة واضرب الخارج في المخرج او اضرب الصحيح
 في المخرج واقسم الخاصل على الصورة

$$2د = 2 \times \frac{(2د - 2ب)^2}{2د - 2ب} = \frac{2د - 2ب}{2د - 2ب} + (2د - 2ب)^2$$

$$\frac{ب}{د-د} = \frac{ب}{د-د} = (د+د) \cdot \frac{ب}{د-د}$$

(٧٦) اذا وجد في احد حدي الكسر كسر يمكن نقله الى الحد الاخر اما بهيئته بتغيير اشارته من + الى - او بالعكس لان ضرب الواحد كقسمة الاخر واما مكثراً بعلامته الاصلية

$$\frac{ف}{د} = \frac{ف \times \frac{د}{د}}{د} = \frac{ف \times د}{د \times د} = \frac{ف \times د}{د} = \frac{ف \times د}{د}$$

(٧٧) اذا كان الكسر منجزاً اي كلا حديه او احدهما كسر فانقل مخرج كل حد الى الحد الاخر مضروباً فيه تحوله الى هيئة كسر دارج لانه

$$\frac{ب}{د} = \frac{ب}{د} \times \frac{د}{د} = \frac{ب \times د}{د \times د} = \frac{ب \times د}{د}$$

(٧٨) اذا كان احد الحدين او كلاهما مركباً من صحيح وكسر او كسر ومختلفة يجب تجديسها اي تحويلها الى كسر واحد قبل العمل مثلاً

$$\frac{ن + ب - ن}{ن} = \frac{ب - ن}{ن} = \frac{ب - ن}{ن} = \frac{ب - ن}{ن} = \frac{ب - ن}{ن}$$

باصلاح صورتي الحدين وضربهما في ١ + ن ب

$$\frac{ب + ن}{١ + ن} = \frac{ب + ن}{١ + ن}$$

تقریر

$$(۱) \quad ۲۱ دك + د۷ \quad (۲) \quad ۲۱ ن + ۳ ن$$

$$(۳) \quad ۵ ك ی + د۳ \quad (۴) \quad ۲ د ب س + دس$$

$$(۵) \quad - د ب ی + د ی \quad (۶) \quad ۲ ب + ۲ ب$$

$$(۷) \quad - د ۲ ب + د ب + د ۲ ب - د ۲ ب - د ب$$

$$(۸) \quad \frac{۱}{۱+۱} \quad (۹) \quad \frac{۱}{۱+۱} + \frac{۱}{۱+۱}$$

$$(۱۰) \quad \frac{۱}{۱+۱} + \frac{۱}{۱+۱} \quad (۱۱) \quad \frac{۱}{۱+۱} - \frac{۱}{۱+۱}$$

$$(۱۲) \quad \frac{۱}{۱+۱} - \frac{۱}{۱+۱} + \frac{۱}{۱+۱} - ۱$$

$$(۱۳) \quad \frac{۱}{۱+۱} + \frac{۱}{۱+۱} \quad \frac{۱}{۱+۱} - ۱ \quad \frac{۱}{۱+۱} - ۱$$

الفصل الخامس

نظريات في اشكال الكسر

(٧٩) نظرية ١: كل كسرين متساويين حاصل صورة الاول منهما في

مخرج الثاني يساوي حاصل صورة الثاني في مخرج الاول

مثلاً ليكن $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ اضرب الطرفين في ب ي (اولية ٤)

فيكون $د ي = ب هـ$

نظرية ٢: كل كسرين متساويين يكون الخارج من صورة الاول

منهما على صورة الثاني يساوي الخارج من مخرج الاول على مخرج الثاني

مثلاً ليكن $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ فيكون $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (شكل ثان)

وذلك لانه اذا ضرب الطرفين في $\frac{2}{4}$ بقيت المساواة فيكون

$$\frac{2}{3} \times \frac{2}{4} = \frac{4}{6} \times \frac{2}{4} \text{ اي } \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

نظرية ٣: كل كسرين متساويين مكنواهما متساويان

ليكن $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ فيكون $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

لانه حسب (اولية ٥) $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$ وبالعمل $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$

(٨٠) كل كسرين متساويين يمكن نظيرهما على ثمانية اشكال

بسيطة وهي

(١) المقروض $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ (٢) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ نظرية ٢

مكفواهما (٣) $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ (٤) $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ نظرية ٣

و تبادلة الطرفين في كل منها

$$\frac{د}{ب} = \frac{ب}{ي} \quad (٦) \quad \frac{د}{ب} = \frac{ب}{ي} \quad (٥)$$

$$\frac{د}{ب} = \frac{ب}{ي} \quad (٨) \quad \frac{ب}{د} = \frac{ي}{ب} \quad (٧)$$

والنظرية الاولى ثابتة في جميعها اي $دي = ب هـ$

نظرية ٤ في كسرين او كسور متساوية مجموع الصور او فضلها على مجموع الخارج او فضلها (حسب ترتيب الصور) يساوي اياً من تلك الكسور

$$\text{ليكن } \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف} \text{ فيكون } \frac{د + هـ + ن}{ب + ي + ف} = \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف}$$

$$\text{او } \frac{د - هـ - ن}{ب - ي - ف} = \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف} \text{ او } \frac{د - هـ - ن}{ب - ي - ف} = \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف}$$

$$\text{و بالاختصار } \frac{د + هـ + ن}{ب + ي + ف} = \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف}$$

$$\text{البرهان ليكن } \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف} \text{ من حسب (٤٧)}$$

$$د - ب = م \quad هـ - ي = م \quad ن - ف = م$$

١ يجمع الاطراف الاولى الى بعضها والثانية ايضاً يكون (اولية ٢)

$$د + هـ + ن = ب + م + م + م = ب + ٣م \quad (ب - ي - ف = م) \quad (ب - ي - ف = م)$$

$$\text{وتقسم الطرفين على كمية واحدة ب + م (اولية ٥) تصبح المساواة}$$

$$\frac{د + هـ + ن}{ب + م} = \frac{ب + ٣م}{ب + م} = \frac{د}{ب} = \frac{هـ}{ي} = \frac{ن}{ف}$$

٢ بطرح طرفي الثانية والثالثة من الاولى وتقسمة كما سبق

$$د - هـ - ن = ب - م - م - م = ب - ٣م \quad (ب - ي - ف = م) \quad (ب - ي - ف = م)$$

نتيجة $\frac{د}{ب} = \frac{د+د}{ب+ب}$ هكذا $\frac{د}{ب} = \frac{د-د}{ب-ب}$ فموجب (أولية ١)

ومكذا $\frac{د}{ب} = \frac{د+د}{ب+ب}$ و $\frac{د}{ب} = \frac{د-د}{ب-ب}$ ف

نظرية ه في كسرين متساويين أو أكثر مجموع الصورة والمخرج أو فضلتها من كسر على أحد حديه يساوي مجموع الصورة والمخرج أو فضلتها من الآخر على الحد المائل

لكن $\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$ فيكون $\frac{د}{ب} = \frac{د+د}{ب+ب}$ و $\frac{د}{ب} = \frac{د-د}{ب-ب}$ ف

البرهان أجمع ١ إلى الطرفين أو أطرحهما من ١ (أولية ٢، ٣)

$\frac{د}{ب} + ١ = \frac{د}{ب} + ١$ أو $\frac{د}{ب} - ١ = \frac{د}{ب} - ١$

$\frac{د+د}{ب+ب} = \frac{د+د}{ب+ب}$ أو $\frac{د-د}{ب-ب} = \frac{د-د}{ب-ب}$

ثانياً لنا من $\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$ الشكل $\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$ (شكل ٣)

فلو ضرب طرفا $\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$ في $\frac{د}{ب}$ في $\frac{د}{ب}$ كل منا بقابله

لكن $\frac{د}{ب} \times \frac{د}{ب} = \frac{د}{ب} \times \frac{د}{ب}$

وبإتمام الضرب يحصل الشكل $\frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$

نظرية ٦ في كسرين متساويين او اكثر مجتمع حدي كل واحد على فضلتها يساوي مجتمع حدي الاخر على فضلتها

$$\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} = \frac{ب}{ف} \quad \frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} = \frac{ب}{ف}$$

البرهان حسب الفرض $\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي}$ او شكل ٢ $\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي}$

$$\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} \quad \text{او} \quad \frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} \quad \text{او} \quad \frac{ب}{ف} = \frac{ا}{ي}$$

نظرية ٧ اذا ضرب حدا كل كسر من الكسور المتساوية في كمية ما فمجموع حواصل الصور او فضلة بعضها من بعض على مجموع حواصل الخارج او فضلتها يساوي كلاً من ذلك الكسور

$$\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} = \frac{ب}{ف} \quad \text{او} \quad \frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} = \frac{ب}{ف}$$

ليكون $\frac{د}{ن} = \frac{ا}{ي} = \frac{ب}{ف}$ اذ لم تتغير قيمتها اصلاً

وبوجب نظرية (٤)

$$\frac{دس + اس + ن + س}{بس + يس + فس} = \frac{د}{ب} = \frac{ا}{ي} = \frac{ن}{ف}$$

نتيجة لنا من ذلك ان المجموع الاول على الثاني يساوي الفضلة الاولى على الثانية

$$\frac{دس + اس + ن + س}{بس + يس + فس} = \frac{د}{ب}$$

$$\frac{دس + اس + ن + س}{بس + يس + فس} = \frac{د}{ب}$$

(٨١) ترى بالنتيجة ان الكسور المتساوية تتركب على اشكال مختلفة وهي

$$\frac{د + ا}{ب + ي} = \frac{د}{ب} \quad (١) \quad \frac{د - ا}{ب - ي} = \frac{د}{ب} \quad (٢)$$

$$(3) \quad \frac{د \pm ب}{ب} = \frac{د \pm ب}{ب} \quad (4) \quad \frac{د \pm ب}{ب} = \frac{د \pm ب}{ب}$$

$$(5) \quad \frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب} \quad (6) \quad \frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

$$(7) \quad \frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

$$\frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

$$(8) \quad \frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

$$\frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

وهذه الاشكال المركبة تحول الى اشكال اخرى كاليسطة مثلاً

$$\frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

$$\frac{د + ب}{ب} = \frac{د + ب}{ب}$$

(٨٢) هذه النظريات مهمة جداً لاختصار الكسور المتساوية اي

تحويل الاشكال المركبة منها الى بسيطة مثلاً ضع في شكل بسيط

$$\frac{د٢ + ب٢}{د٢ - ب٢}$$

$$\frac{د٢ + ب٢}{د٢ - ب٢}$$

بما ان صورة الكسر الاول مركبة من مجموع كيتين وصورة الاخر

من قطبيهما كذلك مخرج الكسر الاول مركب من مجموع كيتين ومخرج

الاخر من قطبيهما فهي ناتجة حسب (النظرية ٤)

$$\frac{د٢ + ب٢}{د٢ - ب٢} = \frac{د٢ + ب٢}{د٢ - ب٢}$$

وهذا ما يظهر ايضاً باجراء العمل على طريقة اخرى وهي

$$\text{لنا حسب نظرية ٢} \quad \frac{٥٢ + د٢}{٥٣ - د٢} = \frac{٢ ب + ٣ ي}{٢ ب - ٣ ي}$$

$$\text{وحسب نظرية ٦} \quad \frac{د٤}{٥٦} = \frac{ب٤}{٦ ي} \quad \text{او} \quad \frac{د٤}{٥٦} = \frac{٤ ب}{٦ ي} \quad \text{و} \quad \frac{٥}{٦} = \frac{د}{ب}$$

$$\text{مثال ٢} \quad \frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢} = \frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢}$$

هنا صورة الاول تجتمع كيتين بصورة الثاني فلتبسطها وكذا المخرجان اي

$$\frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)} = \frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)}$$

$$\frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)} = \frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)}$$

فهي ناتجة بموجب نتيجة النظرية (٤) من

$$\frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢}$$

$$\frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢}$$

وهذه ناتجة بموجب نظرية (٦) من

$$\frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢} = \frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢}$$

ويجري ايضاً العمل بطريقة اخرى وهي بموجب نظرية ٦

$$\frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)} = \frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)}$$

$$\frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)} = \frac{(٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢)}{(٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢)}$$

وبالقسمة على ٢ ومبادلة مخرج الاول وصورة الثاني نظرية ٢

$$\frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢} = \frac{٣ ف + ٦ ب + ٥ + د٢}{٣ ف - ٦ ب + ٥ - د٢}$$

ايضاً بموجب النظرية ذاتها

$$\frac{٦ ف}{٥٢} = \frac{١٢ ب}{٤ د} \quad \text{او} \quad \frac{٦ ف}{٥٢} = \frac{٣ ب}{د}$$

تمريض

اكتب ما يأتي بالاشكال الثانية الاولى

$$(١) \frac{ب}{د} = \frac{ي}{د} \quad (٢) \frac{د}{ن} = \frac{ف}{ن} \quad (٣) \frac{ب-س}{٥} = \frac{س}{د}$$

$$(٤) \frac{ف-ل}{ب+د} = \frac{ل-ف}{ب٢} \quad (٥) \frac{ب+ي}{ب-ي} = \frac{ا}{ف٢}$$

$$(٦) \frac{ن+د}{ل٢+ا٢} = \frac{ن-د}{ل٣-ا٣}$$

ركب الكمور الاتية وضعها على الاشكال الثانية الاخيرة (٨١)

$$(٧) \frac{ا}{د} = \frac{ب}{ل} \quad (٨) \frac{ا+ب٣}{ا-ب٢} = \frac{د}{٥}$$

$$(٩) \frac{ب٣}{ي٣} = \frac{ب+ا}{٥-ي٥} \quad (١٠) \frac{ف٣+ا}{د+ن٢} = \frac{ف٢+ا}{د-ن}$$

$$(١١) \frac{ب٣+م٦}{ب٣-م٦} = \frac{ب+م٢}{ب٢-م٢}$$

$$(١٢) \frac{ي+ا(د-ا)}{ي٣+ا(د-ا)} = \frac{ي+ا(د-ا)}{ي٣+ا(د-ا)}$$

ارجع الكمور الاتية الى اشكالها البسيطة

$$(١٣) \frac{ب+د}{ا+ي} = \frac{ب٢-د٢}{ا٢-ي٢}$$

$$(١٤) \frac{ب٤-د٥}{ا٤-ي٣} = \frac{ب٤+د٥}{ا٤+ي٣} \quad (١٥) \frac{ب٢-ل}{ف} = \frac{ب٢+ل}{ف}$$

$$(16) \quad \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

$$\frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

$$(17) \quad \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

$$\frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

$$(18) \quad \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

$$\frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}} = \frac{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}{3\text{ب} + 3\text{ف} + 3\text{س}}$$

متفرقات : اصلح

$$(19) \quad \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

$$(20) \quad \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

$$(21) \quad \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

(21) اجعل الصور من ا د ن ثم اصلح

(22) من ا د ن ثم اصلح

$$(23) \quad \left[\frac{1}{(1 - 3\text{س})} + \frac{3\text{س}}{(1 - 3\text{س})} \right] - \left[\frac{1}{1 - 3\text{س}} \right]$$

$$(24) \quad \left(1 - \frac{3\text{ب} + 3\text{ف}}{3\text{ب} + 3\text{ف}} \right) + \left(\frac{3\text{ب} + 3\text{ف}}{3\text{ب} + 3\text{ف}} - 1 \right)$$

$$(25) \quad \frac{\text{فت} (ص \text{ف} - د \text{أ} - \text{ف} \text{ص} - \text{فت} - د)}{(ص \text{ف} - د \text{أ} - \text{ف} \text{ص} - \text{فت} - د)} \quad \text{اختزال}$$

$$(26) \quad \frac{\text{س}^2 - \text{ل}}{\text{س}^2 - \text{ل}} \quad \text{مفي يمكن اختزال}$$

افرض ف كمية ما ويرهن امكان ذلك مفي كانت م = ف د = ه = ف ب

$$(27) \text{ اخزل } \frac{\text{د} - \text{ب}}{\text{د} - \text{ب}} \frac{125}{38} \frac{\text{ب} - \text{د}}{\text{ب} - \text{د}} \frac{64}{4}$$

(29) عدد قدره ١ اضيف اليه نصفه ثم ربعه فكم صار وما هو لو فرض
المجموع ٣٨

(30) رجل عنده ١ ديناراً فرجع عشرة دنانير ثم خمس ما صار معه فكم
جملة ما عنده

(31) سل فيه ن لجمونة اكل منها البائع خمسة ثم باع خمس الباقي فكم
بقي فيه وكم كان في السل لو بقي فيه ٦٥

(32) رجل راسماله ك كان يصرف منه سنوياً د غرشاً ثم يضيف عليه
ثلث الباقي في نهاية السنة فكم يبلغ ما عنده بعد ٣ سنين وكم يبلغ
لو فرض د = ٥٠

(33) اثبت المساواة $\text{د} + \text{ب} = \text{ب} + \text{د}$ $\text{ط} + \text{ل} = \text{ل} + \text{ط}$ $\text{د} + \text{ب} + \text{ل} = \text{ل} + \text{ب} + \text{د}$
(د ل - ب ط أ)

(34) ايضاً $\text{د} + \text{س} = \text{س} + \text{د}$ $\text{ف} + \text{ا} + \text{د} + \text{م} = \text{ا} + \text{د} + \text{م} + \text{ف}$ $\text{د} + \text{س} + \text{م} + \text{ف} = \text{س} + \text{م} + \text{ف} + \text{د}$
 $\text{م} - \text{س} = \text{س} - \text{م}$ $\text{ا} + \text{ن} = \text{ن} + \text{ا}$ $\text{ف} + \text{د} = \text{د} + \text{ف}$

الباب الرابع

في التناسب والنسبة

الفصل الاول

في التناسب الحسابي

(٨٣) التناسب يكون بين كيتين متشابهتين او عددين مطابقين وهو عبارة عن تفاوتيهما اما في الزيادة واما في النقص فهو بهذا الاعتبار قيمان حسابي وهندسي

(٨٤) التناسب الحسابي هو نسبة الكيتين اي تفاوتيهما في الزيادة وهما بمثابة مطروح ومطروح منه وإشارته $+$ او $-$ متوسط بين المتناسبين مثاله التناسب الحسابي بين ٩ و ٥ هو $٩ - ٥ = ٤$ وبين ٤ و ١ اذ $٤ - ١ = ٣$ ل ذراعاً

(خاصية ١) ضرب حدي تناسب حسابي في كمية او قسمتها عليها كضرب التناسب او قسمته مثلاً ليكن تناسب $١٠٠ د = ب$ ن وليضرب حده في ٥ كمية ما فالتناسب بين الحاصلين $٥٠٠ د = ٥ ب$ اي ٥ مرة تناسب $١٠٠ د = ب$ (اولية ٥)

ولو قسمنا على ٥ يكون التناسب بين الخارجين $\frac{١٠٠}{٥} = \frac{ب}{٥}$ (اولية ٦) اي يساوي تناسب $١٠٠ د = ب$ مقسوماً على ٥

مثال اخر $٩ = ٣ - ٦$ $١٨ = ٦ - ١٢$ $٢ = ١ - ٣$

(خاصية ٢) مجتمع عدة تناسبات حالية يساوي التناسب بين

مجموع الاجزاء الاولى ومجتمع الاجزاء التالية مثلاً مجتمع تناسبي
 $(ك - ل) + (د - ب) = (ك + د) - (ب + ل)$ لان كلا
 منهما $= ك + د - ب - ل$ كذلك $(ب - د) + (ل - ك) = (ب + ل) - (د + ك)$
 $+ (ط - ي) = (ط + د + ب) - (ي + ك)$

خاصية ٣ : فضلة بعض تناسبات حالية من بعض يساوي التناسب
 بين فضلة الاجزاء الاولى بعضها من بعض وفضلة الاجزاء التالية
 بعضها من بعض على ترتيب واحد مثلاً في التناسبات $٥٠٠ ك : ٥٠٠ ب$
 $٥٠٠ ل : ٥٠٠ الخ$ يكون $(٨ + ك - ٥) : (٥٠٠ + د + ب - ل) = (٨ - د) : (٥٠٠ + ل - ك - ب)$ لان كلا الطرفين $= ٨ + ك - ٥ - د - ب + ل$

تربيت

ما هو التناسب الحسابي بين

$$(١١) \quad ك - ٨ و د - ل \quad (١٢) \quad ٣ ب - ٥ و ٢ ب + ٥$$

$$(١٣) \quad ٣ ب + ل - ٥ و ٢ ب - ل$$

$$(١٤) \quad د [٥ - ٢ ب + (٥ - ب)] و ٥ د (٥ - ب)$$

$$(١٥) \quad \text{أي تناسب اعظم } ٥٠٠ د \text{ أم } ٢ (٥ + د) ٥٣٠٠$$

$$(١٦) \quad (ب - ك) : ٢٠٠ ك \text{ أم } (٤ ب + ك) : ١٠٠ (٣ ب + ٢ ك)$$

$$(١٧) \quad \text{رجل كان ايراده من تجارته } ٥٦ \text{ ومصرفه } ٥٠٠ د + ٥٠٠ و ايراده من$$

$$\text{ابنته } ٣ ب ومصرفه عليها ب + ٥٠٠ و ايراده من ابنته } ٥٢ + ب وما$$

$$\text{ينفقه عليها } ٥ \text{ فما هو التناسب الحسابي بين الايراد والمصرف من كل}$$

منها وما هو مجموع هذه التناسبات

$$(٨) \quad \text{كم مرة يزيد تناسب } ٦ ب + ٥٢٠٠ \text{ عن } ٣ ب + ٥٠٠$$

$$(٩) \quad \text{كم مرة ينقص تناسب } ٢ د + ٥٠٠ \text{ عن } ٦ د + ٥٣٠٠$$

الفصل الثاني

في النسبة الحساوية

(٨٥) النسبة الحساوية هي المساواة بين تناسبين حساويين وانما بينهما
بينهما فهي مؤلفة من اربعة اجزاء تسمى الاول والاخير منها طرفين
والثاني والثالث وسطين مثلاً $8 - 2 = 10 - 4$ و $10 - 4 = 20 - 8$
وفد يساوي الطرفان او الوسطان فتكون بين ثلاث كميات يسمى ثالثها
متناسباً ثالثاً للاخرين وتسمى المكرر متناسباً متوسطاً بين الاخرين

(٨٦) حاصيتها مجتمع الطرفين من نسبة حساوية يساوي مجتمع الوسطين
مثلاً ليكن $8 - 4 = 6 - 3$ فيكون $8 + 6 = 4 + 3$ (اولية ٣)
واذا تساوى الوسطان فمجتمع الطرفين يساوي مضاعف الوسط المتناسب
الحساوي مثلاً $8 - 4 = 8 - 4$ اذا $ك + د = ٨ + ٨ = ١٦$

(٨٧) لنا من ذلك هذه القاعدة لاستعلام المتناسب المجهول

اذا كان المجهول طرفاً فهو فضلة الوسطين والطرف الاخر وان كان
وسطاً فهو فضلة الطرفين والوسط الاخر مثلاً

اي كمية التناسب بينها ٥ كالتناسب بين ٩ و ٦ الحل $٥ = ٩ - ٦ = ٣$
اي $٥ = ٩ - ٦$ مثال اخر ما هي الكمية الثالثة من النسبة الحساوية
 $ب = ١٠$ ، $ل = ١٠$ الجواب $ب = ١٠ - ل = ٠$ فيكون $ب = ٠ = (١٠ - ل) - ل$
الوسط المتناسب الحساوي يساوي نصف مجتمع الطرفين لانه حاصياً تقدم
في $ب - ك = ٢ - ٤$ يكون $٢ = ٤ - ب$ و اذا $ك = ٤$ (اولية ٦)

فالوسط بين ٩ و ٥ هو $٧ = ٩ - ٢$ فيكون $٧ = ٩ - ٢ = ٥$

تقريب

كيف ثبت صحة النسب الآتية

- (١) $(د + ب) : د = (ب + ٥) : (د + ٥)$ $(٥ : ٥) = (٥ : ٥)$
 (٢) $(د - ٥) : (د - ٥) = (٥ - ٥) : (٥ - ٥)$
 (٣) $٥ - ٥ = ٥ - ٥$

خذ التناسب المجهول فيما يأتي

- (٤) $٥ : د = ٥ : ب$ $(٥ : ٥) = (٥ : ٥)$
 (٥) $٥ : د = ٥ : ب$ $(٥ : ٥) = (٥ : ٥)$
 (٦) $٥ : د = ٥ : ب$ $(٥ : ٥) = (٥ : ٥)$
 (٧) $٥ : د = ٥ : ب$ $(٥ : ٥) = (٥ : ٥)$
 (٨) ما هو المتوسط الحسابي بين ٥ و ٥ (٩) بين ٥ و ٥
 (١٠) بين ٥ و ٥ (١١) $٥ : د = ٥ : ب$

الفصل الثالث

في التناسب الهندسي

(٨٨) التناسب الهندسي هو تساوي الكثرين في العدد أي هو الخارج من
 قسمة أحدهما على الأخرى وبثابة كسر جزؤه الأول صورة ويسمى سابقاً
 وجزؤه الثاني مخرج ويسمى تاليًا وإشارته : تنوسط بينهما مثلاً ٥ : ٥
 أي ٥ و ٥ : د أي ٥ وهو إما مستقيم والمراد به الخارج من قسمة السابق
 على التالي كما مر وأما مكفوء أو بالقلب وهو التناسب المستقيم بين مكفوءيهما
 أو بين التالي والسابق مثلاً تناسب ٥ : د بالقلب هو د : ب أو ٥ : ٥
 بين التناسب الهندسي وسابقه وتاليه ذات الخاصيات الموجودة بين
 كسر وصورته ومخرجه فنكتفي بإيرادها ويرجع بإثباتها إلى ما مر
 (٨٩) سابق تناسب يساوي حاصله في تاليه وتالي تناسب يساوي

خارج سابقه عليه مثلاً ليكن التناسب $س : د = ب : ا$ اذا $ب = \frac{س}{د}$

وس $د ب و د = \frac{س}{د}$

(٩٠) في تناسبين اذا تساوى ركنان كل واحد منهما بمثاله في الاخر كان الركن الثالث متساوياً فيهما مثلاً ليكن $ب : د = ك : ي$ فلو فرض $ب = ك$ $د = ي$ يكون التناسبان متساويين (أقليدس ك ه ق ٧) اي $ب : د = ك : ي$ (أولية ٦) كذلك لو فرض تساوي السابقين اي $ب = ك$ والتناسبين اي $ب : د = ك : ي$ يكون (أولية ٦)

$ب : د = ك : ي$ اي $د = \frac{ب}{ك} ي$ فالتاليان متساويان ايضاً ولو فرض تساوي التناسبين $ب : د = ك : ي$ والتاليين $د = ي$ يكون السابقان متساويين اي $ب = ك$ لان $د = \frac{ب}{ك} ي$ $د = ي$ $ب = ك$ (ك ه ق ٩)

(٩١) التناسب الهندسي يساوي واحداً او أكثر من واحد او اقل منه تبعاً لسابق ان ساوى التالي او كان أكثر منه او اقل مثاله

$ب : ا = ب : د$ $ب : د = د : ا$ $ب : د = د : ب$ $ا > ب$

ويقال الاول تناسب المساواة والثاني تناسب أكبر وللثالث تناسب اصغر (٩٢) يضرب التناسب بضرب السابق او قسمته التالي ويقسم بقسمة السابق او ضرب التالي مثلاً ليكن $ب : د = ر : ا$ فيكون

$ن : ك = ب : د$ $ك : ن = د : ب$

$ب : د = ب : د$ $ك : ب = د : ا$

فرع : اذا بقي التالي على حاله فالتناسب يكبر بزيادة السابق ويصغر بنقصانه واذا بقي السابق على حاله فالتناسب يكبر بنقصان التالي ويصغر بزيادته

(٩٣) لا يتغير التناسب الهندسي بنفس السابق والثاني في كمية واحدة او قسمتهما على كمية واحدة (٦٨) مثلاً

$$ك : ي = ب : د \quad د : ك = ي : د \quad ب : د = ك : ي$$

فرع اول : التناسب بين كسرين مثل التناسب بين صورتيهما بعد تحويلهما الى مخرج مشترك

$$\text{مثلاً} \quad \frac{٢}{٣} : \frac{٤}{٥} \text{ مثل } ب : د \quad \frac{٤}{٥} : \frac{٢}{٣} \text{ مثل } د : ب$$

وذلك كضرب حدي التناسب الاول في ن والتناسب الثاني في م ي
فرع ثان : التناسب بين كسرين لها صورة واحدة مثل التناسب المكافئ
بين مخرجيهما

$$\text{مثلاً} \quad \frac{٢}{٣} : \frac{٤}{٥} \text{ مثل } ب : د \quad \text{او} \quad ٣ : ٥ \quad \text{وذلك بقسمتهما على ٢}$$

$$\text{و} \quad \frac{٢}{٣} : \frac{٤}{٥} \text{ مثل } ب : د \quad \text{او} \quad ٨ : ١٠ \quad \text{بقسمتهما على ٤}$$

(٩٤) لدى مقابلة تناسب باخر اما ان يتساويا واما ان يكون احدهما اعظم من الآخر فالتساويان ما كان بين سابق الواحد منهما وتاليه ذات التناسب الذي بين سابق الآخر وتاليه مثلاً $٤ : ٨ = ٣ : ٦$ لان $\frac{٤}{٨} = \frac{٣}{٦}$ و $د : ك = ب : د$ متى كان $\frac{د}{ك} = \frac{ب}{د}$

والتناسب الاعظم هو ما كان بين سابقة وتاليه تناسب اكبر من الموجود بين سابق التناسب الآخر وتاليه مثلاً $٣ : ٦$ و $٤ : ٨$ فالنسب الاول اعظم لان $\frac{٣}{٦} > \frac{٤}{٨}$ او $\frac{٣}{٦} > \frac{٤}{٨}$ وبما ان السابق اكبر يكون $٣ : ٦ < ٤ : ٨$ اي الاول هو الاعظم

$$\text{كذا} \quad د + ب : د + د = ب : د \quad \text{تناسباها مثل}$$

$$\begin{array}{ccc} د + ب & : & د + د \\ د + ب & : & د + د \\ د + ب & : & د + د \end{array} \quad \text{او} \quad \begin{array}{ccc} د + ب & : & د + د \\ د + ب & : & د + د \\ د + ب & : & د + د \end{array}$$

فترى ان التالي تزيد صورته

٢ د ب فالتناسب الثاني د + ب = د - ب هو الاعظم

(٩٥) يقل التناسب الاكبر ويزداد التناسب الاصغر باضافة كمية واحدة الى جزئيه مثلاً ليكن التناسب د - ب واجمع الى حديه ك فيصير د + ك : ب + ك ولننظر في ايهما هو الاعظم فنرى ان تناسبيهما مثل

$$\frac{د + ك}{ب + ك} \dots \frac{د}{ب} \text{ او } \frac{ب + د + ب ك}{ب (ب + ك)} \dots \frac{ب د + د ك}{ب (ب + ك)} \text{ ويطرح ب د}$$

مثل $\frac{ب ك}{ب (ب + ك)} \dots \frac{د ك}{ب (ب + ك)}$ فاذا كان د : ب تناسباً اكبر يكون

ب > د والمرة ب ك اصغر من د ك فالتناسب الجديد قل عن المفروض واذا كان د : ب تناسباً اصغر يكون ب < د والصورة ب ك اعظم من د ك فالتناسب الجديد زاد على المفروض

وهكذا ٥ : ٨ < ٥ : ٨ + ٥ : ٥ + ٥ : ٨ او ٦ : ٩

و ٩ : ٦ > ٩ : ٦ + ٦ : ٩ + ٦ : ٩ او ١٠ : ٧

فرع يزداد التناسب الاكبر ويقل التناسب الاصغر اذا طرح من حديهما كمية (اصغر من كل منهما)

(٩٦) لا يتغير التناسب اذا اخذت الى جزئيه او طرح منهما كميتهن

بينهما التناسب ذاته مثلاً ليكن د : ب = ٥ : ٨ متساويين اي $\frac{د}{ب} = \frac{٥}{٨}$

فيكون د + ٥ : ب + ٥ = ٨ : ٨ = د : ب (٨ : ٨ نظر ١٤)

(٩٧) التناسب اما بسيط وهو ما مر واما مركب من تناسبين فاكثر

وهو التناسب بين حاصل سوابقها وحاصل تواليها مثلاً التناسب المركب

من ٣ : ١٥ و ٤ : ٨ هو ٤ : ٨ × ١٥ : ٣ × ٤ اي ١٢ : ١٢٠ والمركب من

ب : د و د : ب = ٥ : ٨ و ٥ : ٨ = د : ب

التناسب المركب من عدة تناسبات يساوي حاصلها كما ترى في التاليين

$$\text{فان } 12:12 = 2 \times 3 \text{ و } 3:5 \text{ و } 5:10 \text{ و } 10:20 \text{ و } 20:40 \text{ و } 40:80 \text{ و } 80:160 \text{ و } 160:320 \text{ و } 320:640 \text{ و } 640:1280 \text{ و } 1280:2560 \text{ و } 2560:5120 \text{ و } 5120:10240 \text{ و } 10240:20480 \text{ و } 20480:40960 \text{ و } 40960:81920 \text{ و } 81920:163840 \text{ و } 163840:327680 \text{ و } 327680:655360 \text{ و } 655360:1310720 \text{ و } 1310720:2621440 \text{ و } 2621440:5242880 \text{ و } 5242880:10485760 \text{ و } 10485760:20971520 \text{ و } 20971520:41943040 \text{ و } 41943040:83886080 \text{ و } 83886080:167772160 \text{ و } 167772160:335544320 \text{ و } 335544320:671088640 \text{ و } 671088640:1342177280 \text{ و } 1342177280:2684354560 \text{ و } 2684354560:5368709120 \text{ و } 5368709120:10737418240 \text{ و } 10737418240:21474836480 \text{ و } 21474836480:42949672960 \text{ و } 42949672960:85899345920 \text{ و } 85899345920:171798691840 \text{ و } 171798691840:343597383680 \text{ و } 343597383680:687194767360 \text{ و } 687194767360:1374389534720 \text{ و } 1374389534720:2748779069440 \text{ و } 2748779069440:5497558138880 \text{ و } 5497558138880:10995116277760 \text{ و } 10995116277760:21990232555520 \text{ و } 21990232555520:43980465111040 \text{ و } 43980465111040:87960930222080 \text{ و } 87960930222080:175921860444160 \text{ و } 175921860444160:351843720888320 \text{ و } 351843720888320:703687441776640 \text{ و } 703687441776640:1407374883553280 \text{ و } 1407374883553280:2814749767106560 \text{ و } 2814749767106560:5629499534213120 \text{ و } 5629499534213120:11258999068426240 \text{ و } 11258999068426240:22517998136852480 \text{ و } 22517998136852480:45035996273704960 \text{ و } 45035996273704960:90071992547409920 \text{ و } 90071992547409920:180143985094819840 \text{ و } 180143985094819840:360287970189639680 \text{ و } 360287970189639680:720575940379279360 \text{ و } 720575940379279360:1441151880758558720 \text{ و } 1441151880758558720:2882303761517117440 \text{ و } 2882303761517117440:5764607523034234880 \text{ و } 5764607523034234880:11529215046068469760 \text{ و } 11529215046068469760:23058430092136939520 \text{ و } 23058430092136939520:46116860184273879040 \text{ و } 46116860184273879040:92233720368547758080 \text{ و } 92233720368547758080:184467440737095516160 \text{ و } 184467440737095516160:368934881474191032320 \text{ و } 368934881474191032320:737869762948382064640 \text{ و } 737869762948382064640:1475739525896764129280 \text{ و } 1475739525896764129280:2951479051793528258560 \text{ و } 2951479051793528258560:5902958103587056517120 \text{ و } 5902958103587056517120:11805916207174113034240 \text{ و } 11805916207174113034240:23611832414348226068480 \text{ و } 23611832414348226068480:47223664828696452136960 \text{ و } 47223664828696452136960:94447329657392904273920 \text{ و } 94447329657392904273920:188894659314785808547840 \text{ و } 188894659314785808547840:377789318629571617095680 \text{ و } 377789318629571617095680:755578637259143234191360 \text{ و } 755578637259143234191360:1511157274518286468382720 \text{ و } 1511157274518286468382720:3022314549036572936765440 \text{ و } 3022314549036572936765440:6044629098073145873530880 \text{ و } 6044629098073145873530880:12089258196146291747061760 \text{ و } 12089258196146291747061760:24178516392292583494123520 \text{ و } 24178516392292583494123520:48357032784585166988247040 \text{ و } 48357032784585166988247040:96714065569170333976494080 \text{ و } 96714065569170333976494080:193428131138340667952988160 \text{ و } 193428131138340667952988160:386856262276681335905976320 \text{ و } 386856262276681335905976320:773712524553362671811952640 \text{ و } 773712524553362671811952640:1547425049106725343623905280 \text{ و } 1547425049106725343623905280:3094850098213450687247810560 \text{ و } 3094850098213450687247810560:6189700196426901374495621120 \text{ و } 6189700196426901374495621120:12379400392853802748991242240 \text{ و } 12379400392853802748991242240:24758800785707605497982484480 \text{ و } 24758800785707605497982484480:49517601571415210995964968960 \text{ و } 49517601571415210995964968960:99035203142830421991929937920 \text{ و } 99035203142830421991929937920:198070406285660843983859875840 \text{ و } 198070406285660843983859875840:396140812571321687967719751680 \text{ و } 396140812571321687967719751680:792281625142643375935439503360 \text{ و } 792281625142643375935439503360:1584563250285286751870879006720 \text{ و } 1584563250285286751870879006720:3169126500570573503741758013440 \text{ و } 3169126500570573503741758013440:6338253001141147007483516026880 \text{ و } 6338253001141147007483516026880:12676506002282294014967032053760 \text{ و } 12676506002282294014967032053760:25353012004564588029934064107520 \text{ و } 25353012004564588029934064107520:50706024009129176059868128215040 \text{ و } 50706024009129176059868128215040:101412048018258352119736256430080 \text{ و } 101412048018258352119736256430080:202824096036516704239472512860160 \text{ و } 202824096036516704239472512860160:405648192073033408478945025720320 \text{ و } 405648192073033408478945025720320:811296384146066816957890051440640 \text{ و } 811296384146066816957890051440640:1622592768292133633915780102881280 \text{ و } 1622592768292133633915780102881280:3245185536584267267831560205762560 \text{ و } 3245185536584267267831560205762560:6490371073168534535663120411525120 \text{ و } 6490371073168534535663120411525120:12980742146337069071326240823050240 \text{ و } 12980742146337069071326240823050240:25961484292674138142652481646100480 \text{ و } 25961484292674138142652481646100480:51922968585348276285304963292200960 \text{ و } 51922968585348276285304963292200960:103845937170696552570609926584401920 \text{ و } 103845937170696552570609926584401920:207691874341393105141219853168803840 \text{ و } 207691874341393105141219853168803840:415383748682786210282439706337607680 \text{ و } 415383748682786210282439706337607680:830767497365572420564879412675215360 \text{ و } 830767497365572420564879412675215360:1661534994731144841129758825350430720 \text{ و } 1661534994731144841129758825350430720:3323069989462289682259517650700861440 \text{ و } 3323069989462289682259517650700861440:6646139978924579364519035301401722880 \text{ و } 6646139978924579364519035301401722880:13292279957849158729038070602803445760 \text{ و } 13292279957849158729038070602803445760:26584559915698317458076141205606891520 \text{ و } 26584559915698317458076141205606891520:53169119831396634916152282411213783040 \text{ و } 53169119831396634916152282411213783040:106338239662793269832304564822427566080 \text{ و } 106338239662793269832304564822427566080:212676479325586539664609129644855132160 \text{ و } 212676479325586539664609129644855132160:425352958651173079329218259289710264320 \text{ و } 425352958651173079329218259289710264320:850705917302346158658436518579420528640 \text{ و } 850705917302346158658436518579420528640:1701411834604692317316873037158841057280 \text{ و } 1701411834604692317316873037158841057280:3402823669209384634633746074317682114560 \text{ و } 3402823669209384634633746074317682114560:6805647338418769269267492148635364229120 \text{ و } 6805647338418769269267492148635364229120:13611294676837538538534984297270728458240 \text{ و } 13611294676837538538534984297270728458240:27222589353675077077069968594541456916480 \text{ و } 27222589353675077077069968594541456916480:54445178707350154154139937189082913832960 \text{ و } 54445178707350154154139937189082913832960:108890357414700308308279874378165827665920 \text{ و } 108890357414700308308279874378165827665920:217780714829400616616559748756331655331840 \text{ و } 217780714829400616616559748756331655331840:435561429658801233233119497512663310663680 \text{ و } 435561429658801233233119497512663310663680:871122859317602466466238995025326621327360 \text{ و } 871122859317602466466238995025326621327360:1742245718635204932932477990050653242654720 \text{ و } 1742245718635204932932477990050653242654720:3484491437270409865864955980101306485309440 \text{ و } 3484491437270409865864955980101306485309440:6968982874540819731729911960202612970618880 \text{ و } 6968982874540819731729911960202612970618880:13937965749081639463459823920405225941237760 \text{ و } 13937965749081639463459823920405225941237760:27875931498163278926919647840810451882475520 \text{ و } 27875931498163278926919647840810451882475520:55751862996326557853839295681620903764951040 \text{ و } 55751862996326557853839295681620903764951040:111503725992653115707678591363241807529902080 \text{ و } 111503725992653115707678591363241807529902080:223007451985306231415357182726483615059804160 \text{ و } 223007451985306231415357182726483615059804160:446014903970612462830714365452967230119608320 \text{ و } 446014903970612462830714365452967230119608320:892029807941224925661428730905934460239216640 \text{ و } 892029807941224925661428730905934460239216640:1784059615882449851322857461811868920478433280 \text{ و } 1784059615882449851322857461811868920478433280:3568119231764899702645714923623737840956866560 \text{ و } 3568119231764899702645714923623737840956866560:7136238463529799405291429847247475681913733120 \text{ و } 7136238463529799405291429847247475681913733120:14272476927059598810582859694494951363827466240 \text{ و } 14272476927059598810582859694494951363827466240:28544953854119197621165719388989902727654932480 \text{ و } 28544953854119197621165719388989902727654932480:57089907708238395242331438777979805455309864960 \text{ و } 57089907708238395242331438777979805455309864960:114179815416476790484662877555959610910619729920 \text{ و } 114179815416476790484662877555959610910619729920:228359630832953580969325755111919221821239459840 \text{ و } 228359630832953580969325755111919221821239459840:456719261665907161938651510223838443642478919680 \text{ و } 456719261665907161938651510223838443642478919680:913438523331814323877303020447676887284957839360 \text{ و } 913438523331814323877303020447676887284957839360:1826877046663628647754606040895353774569915678720 \text{ و } 1826877046663628647754606040895353774569915678720:3653754093327257295509212081790707549139831357440 \text{ و } 3653754093327257295509212081790707549139831357440:7307508186654514591018424163581415098279662714880 \text{ و } 7307508186654514591018424163581415098279662714880:14615016373309029182036848327162830196559325429760 \text{ و } 14615016373309029182036848327162830196559325429760:29230032746618058364073696654325660393118650859520 \text{ و } 29230032746618058364073696654325660393118650859520:58460065493236116728147393308651320786237301719040 \text{ و } 58460065493236116728147393308651320786237301719040:116920130986472233456294786617302641572474603438080 \text{ و } 116920130986472233456294786617302641572474603438080:233840261972944466912589573234605283144949206876160 \text{ و } 233840261972944466912589573234605283144949206876160:467680523945888933825179146469210566289898413752320 \text{ و } 467680523945888933825179146469210566289898413752320:935361047891777867650358292938421132579796827504640 \text{ و } 935361047891777867650358292938421132579796827504640:1870722095783555735300716585876842265159593655009280 \text{ و } 1870722095783555735300716585876842265159593655009280:3741444191567111470601433171753684530319187310018560 \text{ و } 3741444191567111470601433171753684530319187310018560:7482888383134222941202866343507369060638374620037120 \text{ و } 7482888383134222941202866343507369060638374620037120:14965776766268445882405732687014738121276749240074240 \text{ و } 14965776766268445882405732687014738121276749240074240:29931553532536891764811465374029476242553498480148480 \text{ و } 29931553532536891764811465374029476242553498480148480:59863107065073783529622930748058952485106996960296960 \text{ و } 59863107065073783529622930748058952485106996960296960:119726214130147567059245861496117904970213993920593920 \text{ و } 119726214130147567059245861496117904970213993920593920:239452428260295134118491722992235809940427987841187840 \text{ و } 239452428260295134118491722992235809940427987841187840:478904856520590268236983445984471619880855975682375680 \text{ و } 478904856520590268236983445984471619880855975682375680:957809713041180536473966891968943239761711951364751360 \text{ و } 957809713041180536473966891968943239761711951364751360:1915619426082361072947933783937886479523423902729502720 \text{ و } 1915619426082361072947933783937886479523423902729502720:3831238852164722145895867567875772959046847805459005440 \text{ و } 3831238852164722145895867567875772959046847805459005440:7662477704329444291791735135751545918093695610918010880 \text{ و } 7662477704329444291791735135751545918093695610918010880:15324955408658888583583470271503091836187391221836021760 \text{ و } 15324955408658888583583470271503091836187391221836021760:30649910817317777167166940543006183672374782443672043520 \text{ و } 30649910817317777167166940543006183672374782443672043520:61299821634635554334333881086012367344749564887344087040 \text{ و } 61299821634635554334333881086012367344749564887344087040:122599643269271108668667762172024734689499129774688174080 \text{ و } 122599643269271108668667762172024734689499129774688174080:245199286538542217337335524344049469378998259549376348160 \text{ و } 245199286538542217337335524344049469378998259549376348160:490398573077084434674671048688098938757996519098752696320 \text{ و } 490398573077084434674671048688098938757996519098752696320:9807$$

مثال اخر تناسب ١٠٠١ : ١٠٠٠ الماثل التقريبي هو ١٠٠٢ : ١٠٠٠
ونتيجة الاول ١٠٠٢ : ١٠٠٠ والتناسب الثاني ١٠٠٢

ومكنا يبرهن ان التناسب المركب من تكرار تناسب بسيط يساوي على
التقريب تناسب الثاني وعدة المرات في الفصلة بين الجزئين الى الثاني

اي تناسب (ك : د) : د تقريبا = د + ٢ : ك : د

(ك + د) : د = د : د + ٣ : ك : د

(ك + د) : د = د : د + م : ك : د

تقريب

اجد تناسبات الامثلة الآتية

(١) ١٥ : ٣ د (٢) ٢ : ١٠ ك (٣) ٣ : ١٠ ب : ك

(٤) ١٥ : ٣ د (٥) ٢ : ١٠ ك (٦) ٣ : ١٠ ب : د

(٧) (١ - ك) : (١ - ك) (٨) (١ - ب) : (١ - ب) د + ب

(٩) ٥ : ٤ د ١٠ : ٢ ك : د

(١٠) ٧ : ٥ د

٤ × ٣ ٣ × ٢

(١١) ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د

(١٢) ٣ : ٢ د ٧ : ٥ د

(١٣) ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د

(١٤) ما هو التناسب المركب من ٥ : ٣ ب و ٣ : ٢ ب : ك : د

(١٥) ركب ٣ : ٢ ب و ٥ : ٣ ب و ١ : ٣ ك : د

(١٦) ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د

(١٧) ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د ١٦ : ١٥ د

(١٩) ماذا نسمي التناسب الحاصل من تركيب ك + ي : هـ

ك - ي

وك - ي : د ود :

د

(٢٠) اي اكبر د + ٢ : د٥ : ٤ ام د٥ + ٣ : د + ٥

(٢١) ما هو التناسب المالي من ٦ : ٧ و د : ب و ٣ : ٥

(٢٢) ضع تناسبا يقرب من (د + ك) : د

(٢٣) ركب تناسبا من د : ي و ب : ٣ ي بالقلب

(٣٤) اي تناسب يقرب من (١ + ١٠٠٤) : (١٠٠٤)

الفصل الرابع

في النسبة الهندسية

(١٠١) النسبة الهندسية هي مساواة بين تناسبين هندسيين فهي مؤلفة

من زوجين او اربع كميات يقال لها هكذا على الترتيب زوج اول وزوج ثان

كذا سابق اول فسابق ثان فقال اول فقال ثان ويقال الاول والرابع

الطرفان والثاني والثالث الوسطان والسابقين معا او للتاليين الجزءان

المتشابهان والسابق وتاليه الجزءان المتشابهان . مثاها ب : د :: ي : هـ

والاشارة :: لقراءة كنسبة وتفيد مساواة التناسبين

وقد تكون النسبة مركبة من ثلاث كميات يتكرر احدها فيقال له

الوسط المتناسب بين الاخرين مثلاً ب : د :: د : هـ

(١٠٢) النسبة اما مستقيمة وهي ما كان تناسبها مستقيمين كما رأيت واما

مكسوة او بالقلب وهي ما كان احد تناسبها مكسوة او بالقلب مثلاً

د : ب :: $\frac{1}{ب}$: $\frac{1}{د}$ او د : ب :: هـ : ي بالقلب وب : د بالقلب :: ي : هـ

(١٠٣) النسبة ايضاً اما بسيطة وهي المؤلفة من تناسبين بسيطين واما مركبة

وهي ما كان احد تناسبها مركبا من تناسبين او اكثر مثلاً

$$\left. \begin{array}{l} \text{ب : ح} \\ \text{ق : ا} \\ \text{اي : ب} \\ \text{ل : م} \\ \text{ك : ي} \end{array} \right\} \text{د : هـ}$$

اي : ب : ق : ل : ح : ن : م : ي

(١٠٤) خاصيتها : حاصل طرفي نسبة يساوي حاصل وسطيهما (٧٩)
مثلاً يفرض د : ب : ا : هـ : ي فيكون د : ي = ب : هـ ولنا من ذلك (الولبة ٦)

$$\frac{\text{د}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{هـ}} \quad \text{وي} = \frac{\text{ب}}{\text{د}} \quad \text{كذا} \quad \frac{\text{د}}{\text{ا}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} \quad \text{و} \quad \frac{\text{د}}{\text{ب}} = \frac{\text{د}}{\text{ي}}$$

اي كل طرف من نسبة يعدل حاصل وسطيهما مقسوماً على الطرف
الاخر وكل وسط يعدل حاصل الطرفين مقسوماً على الوسط الاخر
فرع : في نسبة مركبة من ثلاث كميات حاصل الطرفين يساوي مربع
الوسط مثلاً يفرض ب : ا : د : هـ فيكون ب : هـ = د : ا

(١٠٥) اذا كان حاصل كميتهن يساوي حاصل كميتهن الاخرتين يمكن ان
يجعل ضلعا احدهما طرفين وضلعا الاخر وسطين فتتركب من ذات نسبة
هندسية مثاله افرض ب : د م = هـ : ل ف فيكون ب : هـ : ل : د م
كذا ب : هـ : ل : ف : د م او ب : م : هـ : ا : ل : ف : د م

فرع : اذا نقل ضلع من طرف او وسط الى مثله لا تتغير النسبة

(١٠٦) النسبة ككسرين متساويين يمكن تسطيرها على ثمانية اشكال (٨٠)
فلا تنتزع بحالة مما يأتي

١ : مبادلة الوسطين (افلديس ك : هـ ق ١٦) ٢ : بالقلب
(ك : هـ ق ب) ٣ : بهما معاً ٤ : بمبادلة الزوجين ٥ : الوسطين ثم
الزوجين ٦ : بقلب ترتيب النسبة كلها ٧ : مبادلة الطرفين فتصير النسبة

يجمع المتشابهين وطرحهما $د + هـ - د = هـ$ $ب + ي - ب = ي$
 (١٠٢) في عدة كميات متناسبة تكون نسبة سابق الى تاليه كنسبة مجتمعة
 السوابق الى مجتمعة التوالي او كفضلة بعض السوابق من بعض الى بعض
 التوالي من البعض الاخر على الترتيب (٨٠ نظرية ٤)

ليكن $ف : ب :: س : د$ و $ف : ب :: ح : هـ$ و $س : د :: م : ن$
 فيكون $ف : ب :: م : ن$ (١٢٥ ق ١٢) $ف + س + ح : ب + د + م :: م + ن$
 ايضا $ف : ب :: م : ن$ $ف + س + ح : ب + د + م :: م + ن$
 (١٠٣) اذا كان للنسبتين ذات الطرفين او ذات الوسطين كان الوسطان
 او الطرفان الباقيان من احدهما كنسبة الجزئين الباقيين من الاخرى
 بالقلب (القليد ك ٥ ق ٢٣) مثله من

$د : ب :: هـ : ي$ و $س : ب :: هـ : ف$ لما $د : س :: ب : ب$

لان $ب : هـ = د : ي = س : ف$ اي $د : س :: ب : ب$ اي كذلك

من $ف : د :: ي : هـ$ و $ف : ب :: هـ : ف$ لما $د : ب :: ب : ب$

(١٠٤) اذا ضربت اجزاء نسبة في اجزاء نسبة اخرى كل في نظيره او
 قسمت عليها تكون الحاصل او الخواارج متناسبة مثلاً ليكن

$هـ : ب :: س : د$ $ف : ب :: م : ن$ $ف : ب :: م : ن$ $ف : ب :: م : ن$
 فيكون $هـ : ب :: م : ن$ $ف : ب :: م : ن$ $ف : ب :: م : ن$ $ف : ب :: م : ن$

(١٠٥) قوت اجزاء نسبة او جذورها متناسبة ايضا كخواصل نسب واحدة

$هـ : ب :: س : د$ $٦ : ٤ :: ٣ : ٢$

$هـ : ب :: س : د$ $٣٦ : ١٦ :: ٩ : ٤$

$هـ : ب :: س : د$ $٦ : ٤ :: ٣ : ٢$

لما $هـ : ب :: س : د$ $٦ : ٤ :: ٣ : ٢$

تمرین

ضع في هيئة نسبة ما يأتي وعلى تقايرة اشكال (١٠٠)

$$(١) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (٢) \quad \frac{٤}{٥} = \frac{٤}{٥} \quad (٣) \quad \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$$

$$(٤) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (٥) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (٦) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

اثبت صحة النسب الالية

$$(٧) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (٨) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(٩) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٠) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١١) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

ركب النسب الالية حسب (١٠١)

$$(١٠١) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٠٢) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١٠٣) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٠٤) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١٠٥) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٠٦) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١٠٧) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٠٨) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١٠٩) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١١٠) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١١١) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١١٢) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١١٣) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

استعمل المجهول من النسب الالية

$$(١١٤) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١١٥) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١١٦) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١١٧) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١١٨) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١١٩) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

$$(١٢٠) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٢١) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

ما هي النسبة المولفة من

$$\frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤} \quad (١٢٢) \quad \frac{١}{٢} = \frac{٢}{٤}$$

الباب الخامس

الرفع

(١٠٦) الرفع أو الترقية ضرب كمية في نفسها مرة أو أكثر ويسمى الخاصل من ذلك قوة ويشار إلى عدد المضارب بدليل القوة وهو يكتب بشكل صغير فوق الكمية عن يسارها مثاله

$\text{ب} = \text{ب}^1$ القوة الأولى من با أو با بدليل ١ (صفحة ٧)
 $\text{ب} = \text{ب} \times \text{ب}$ - الثانية - ٢
 $\text{ب} = \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$ - الثالثة - ٣
 $\text{ب} = \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب} \times \text{ب}$ - الرابعة - ٤

يقال للقوة الثانية مربع أو مال والثالثة مكعب والرابعة مال المال
 الخصر بدليل القوة الشارة إلى وجوب ترقية جميع الحدود المعصورة
 إلى قوة من ذلك الدليل

(ب ي) = ب ي \times ب ي
 (ب + ي) = (ب + ي) \times (ب + ي) \times (ب + ي)
 (د ٢ - س - ب) = (د ٢ - س - ب) \times (د ٢ - س - ب)

الفصل الأول

في ترقية حد تام

(١٠٧) مربع ك هو ك \times ك \times ك أول ك ومكعب ك هو ك \times ك \times ك \times ك أول ك وبوجوب ذلك

نحوه

رق ما يأتي

ب د الى القوة الخامسة = ا ب د ت = ب د	
٣ ف	الى القوة السادسة - د م
٤ ث م	الى القوة السابعة - ٢ ف ط
٣ د ي ل	الى القوة الرابعة - ب م
٨ ب ف	الى القوة الثوبية - ٣ د ل
٢ ك ي	الى القوة العاشرة - م ط
٥ م	الى القوة الثامنة - ٢ م ب
٩ ر	الى القوة العشرية - ٥ م ب - ٥ م ٢ - ٢ م ٢

الفصل الثاني

في رفع الكسر

(١٠٨) تقرب الكسور باخذ حاصل الصور الخارج ي ل $\times \frac{ك}{ل} = \frac{ك}{ل}$ كذاد $\times \frac{ب}{د} = \frac{ب}{د}$ فلنا من ذلك القاعدة الانية لترقية الكسر

رق الصورة والمخرج كلا منهما على حدة الى القوة المفروضة مثلاً

$$\frac{ب د س}{٨ م} = \frac{(ب د س)}{(٨ م)} = \frac{ب د س}{٨ م}$$

$$\frac{٢ ب ك}{٨ م} = \frac{(٢ ب ك)}{(٨ م)} = \frac{٢ ب ك}{٨ م}$$

$$\frac{٩ د ه}{٦٤ ن} = \frac{(٩ د ه)}{(٦٤ ن)} = \frac{٩ د ه}{٦٤ ن}$$

$$\frac{-(\text{فـ طـ})}{\text{دـ ٨}} = \frac{-(\text{فـ طـ})}{\text{دـ ٣}} = \frac{-(\text{فـ طـ})}{\text{دـ ٣}}$$

$$\frac{-(\text{بـ دـ})}{\text{مـ ٤١}} = \frac{-(\text{بـ دـ})}{\text{مـ ٣}} = \frac{-(\text{بـ دـ})}{\text{مـ ٣}}$$

$$\frac{-(\text{دـ هـ})}{\text{بـ فـ}} = \frac{-(\text{دـ هـ})}{\text{بـ فـ}}$$

(١٠٩) ينقل المسمى العددي مكتوبة لمن المخرج الى الصورة وبالعكس (٢٦)

$$\frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}}$$

وكذلك القوت تنقل مكتوبة من الصورة الى المخرج وقد مر بك ان
مكتوبة قوة يساوي تلك القوة بذات الدال بعد تبدل اشارته اي

$$\frac{\text{دـ ١}}{\text{دـ ١}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{دـ ١}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{دـ ١}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{دـ ١}}$$

الى هيئة صحيح او مكلف، صحيح اي كسر صورته واحد وذلك كما باقي

$$\frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}}$$

$$\frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}} = \frac{\text{بـ م}}{\text{دـ ٣}}$$

$$\frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}} = \frac{\text{دـ ١}}{\text{مـ ٥}}$$

(٦) أقل الى هيئة صحيح $\frac{2}{3} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٤}{٥} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٥}{٦} \frac{ب د}{ف ه}$

(٩) أقل الى هيئة مكفوف $\frac{١}{٢} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٢}{٣} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٣}{٤} \frac{ب د}{ف ه}$

أقل القوات السالبة الدلائل من الصورة والمخرج في الكسور الانية

(١٢) $\frac{١}{٢} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٣}{٤} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٥}{٦} \frac{ب د}{ف ه}$

(١٥) $\frac{١}{٢} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٢}{٣} \frac{ب د}{ف ه}$ $\frac{٣}{٤} \frac{ب د}{ف ه}$

الفصل الثالث

في ترفية حدين أو أكثر

(١١) إذا كانت العبارة مركبة من حدين أو أكثر قد يجري العمل في ترفيتها بجرا في الحد الواحد فتحصر بالدلائل المطلوب أما إذا كانت بصورة بدليها أولاً فتزفي بضرب دليها في الدليل المفروض

مثلاً مربع $(ب - د) = (ب - د)$

مكعب $(ب - د) = (ب - د)$

مربع $(ب - د) = (ب - د)$

القوة التوبية من $(ب - د) = (ب - د)$

القوة النجبية من $(ب - د) = (ب - د)$

مكعب $(ب - د) = (ب - د)$

$(ب - د) = (ب - د)$

$$\left[\frac{(ب-د)^2 (م+س)}{(ب+د)} \right] = \frac{(ب-د)^2 (م+س)}{(ب+د)} \text{ مربع}$$

$$\frac{(ب-د)^2 (م+س)}{(ب+د)} =$$

لما اذا طلب الترفية فعلاً اي بسط هذه الحدود فيجري العمل هكذا
اضرب الكمية في نفسها مراراً حتى يماثل عدد المضارب

الدليل المطلوب

$$\text{مثلاً مربع } ٢ \text{ دك} = (٢ \text{ دك}) (٢ \text{ دك}) = ٤ \text{ دك}^2$$

$$\text{مكعب } ١ \text{ ب} = (١ \text{ ب}) (١ \text{ ب}) (١ \text{ ب}) = ١ \text{ ب}^3$$

$$١ \text{ ب}^3 = ١ \text{ ب}^3$$

الرابعة من (د-ك) = (د-ك) (د-ك) (د-ك) (د-ك)

$$= ٤ \text{ دك}^4 - ٦ \text{ دك}^3 + ٤ \text{ دك}^2 + \text{ك}$$

$$\text{مربع } (٥ - ب + د) = (٥ - ب + د) (٥ - ب + د)$$

$$= ٢٥ + ١٠ \text{ ب} - ١٠ \text{ د} + ١٠ \text{ ب}^2 - ٢٠ \text{ ب} \text{ د} + ١٠ \text{ د}^2$$

$$\text{مكعب } (٥ + د - م) = (٥ + د - م) (٥ + د - م) (٥ + د - م)$$

$$= ١٢٥ + ١٥ \text{ د} - ١٥ \text{ م} + ١٥ \text{ د}^2 - ٣٠ \text{ د} \text{ م} + ١٥ \text{ م}^2 + ١٥ \text{ د}^3 - ٤٥ \text{ د}^2 \text{ م} + ١٥ \text{ د} \text{ م}^2 - ١٥ \text{ م}^3$$

ما هي القوة الرابعة من (ب-د+م)

العاشر من (ب-٣ ب م)

(١١١) خلاصاً من الضرب الحمل وضع « الفيلسوف اسحق نيوتن » قاعدة

مختصرة لتربية الكميات الثنائية فنقشت على قبره في كنيسة وستمنستر في

لندن تقديراً لاهميتها وفائدتها وهي مبنية على الملاحظات الانية

ارفع ما يأتي ولاحظ القوت والسميات والدلائل في الحاصل :

(۱) و (۲) و (۳) و (۴)

$${}^{\circ}d + {}^{\circ}d \leq {}^{\circ}d + {}^{\circ}d + {}^{\circ}d = {}^{\circ}(d + d)$$

$$^1_2 + ^7_2 \text{ 是 } \xi + ^7_2 \text{ 是 } \eta + ^4_2 \text{ 是 } \xi + \underline{2} = ^1_2 + \text{ 是 } \eta$$

$$(k + d) = k' + d' + 5 + k'' + d'' + 5 + k''' + d''' + 5 + \dots$$

ملاحظة ١ : حاصل الترفيق في الجميع سلسلة قوت منتظمة متجالية
الحدود من درجة الدليل فدليل الاصلية (الكمية الاولى ك) في
الحد الاول يساوي دليل القوة المطابقة ثم ينقص في كل حد واحدا الى
ان ينفى اما دليل التابعة (الكمية الثانية د) فيتزايد بقدر تناقص دليل
الاصلية الى ان يساوي القوة المطروحة

قياساً على ذلك لو طالب ربيع ما يأتي في مكان الحاصل بقطع النظر عن المسميات

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d} + \frac{1}{d} + \frac{1}{d} + \frac{1}{d} = \frac{5}{d} \quad (d+1)$$

[illegible]

ملاحظة ٢ : مسمى الحد الاول واحد في الجبر . ومسمى الحد الثاني
يساوي دليل القوة المطلوبة . ثم مسمى كل حد يساوي حاصل مسمى الحد
السابق في دليل الاصلية منه مقسوما على دليل الناجية مع واحد . مثلاً
مسمى الحد الاول من القوة الخامسة واحد ومسمى الثاني ٥ ومسمى الثالث
يساوي $\frac{5 \times 4}{1 \times 2}$ ومسمى الرابع $\frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3}$ ومسمى الخامس

$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ و $\sigma = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n}$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{1+7} + \frac{1}{2} \frac{1}{1+1} + \frac{1}{2} \frac{1}{1+1} + \frac{1}{2} \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} (1 + \frac{1}{1})$$

تنبيه — متى عرفت مسجيات اصف الحدود تعرف مسجيات اصف

الاخر لان المسميات تبيط كما زادت فسمى الحد الاول يساوي مسمى
 لاخير ومسمى الثاني يساوي مسمى ما قبل الاخير وهكذا الخ
 (١١٢) لانهما سبق القاعدة الشوه عنها : لترتبة حدين بسيطين

نظم سلسلة قوات متجانسة الحد الاول منها يساوي الكمية
 الاولى مرفقة الى دليل القوة المطلوبة ثم ينقص في كل حد واحداً
 على التوالي فيتزايد دليل التابعة بقدره الى ان يساوي دليل
 القوة المطلوبة

اجعل مسمى الحد الاول واحداً ومسمى الثاني دليل القوة
 المطلوبة ثم اضرب مسمى كل حد في دليل الاصلية منه واقسمه
 على دليل التابعة مع واحد فيخرج مسمى الحد التالي له وهكذا جراً
 ولنا من ذلك هذا الدستور العام

$$(ب + د) = ب + ب + د + \frac{ب(ب-د)}{ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب \times ب} + \dots$$

وعلى هذا النمط

$$(ب + د) = ب + ب + د + \frac{ب(ب-د)}{ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب \times ب} + \dots$$

نبيه - اذا كانت الكمية التابعة سلبية فمن الواجب تغيير الشارة

كل حد تدخل فيه ودليلها وتر

$$(ب - د) = ب - ب + د - \frac{ب(ب-د)}{ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب} - \frac{ب(ب-د)(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب \times ب} + \dots$$

$$(ب - د) = ب - ب + د - \frac{ب(ب-د)}{ب} + \frac{ب(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب} - \frac{ب(ب-د)(ب-د)(ب-د)}{ب \times ب \times ب} + \dots$$

ثم بالتعويض عن ه بالاصلية المفروضة ب

$$(ب - د) = ب - ٤ ب د = ٦ ب د - ٤ ب د + د$$

مثال آخر: رقي ك - د ب الى القوة الكعبية . اولاً

$$(د - م) = م - ٣ م م = ٣ م م - م م - م$$

ثم بالتعويض عن ه بالاصلية ك وعن م بالتابعة د ب

$$(ك - د ب) = ك - ٣ ك د ب + ٣ ك د ب - د ب$$

آخر: رقي (م - م) الى القوة الرابعة . اولاً

$$(ك - ل) = ك - ٤ ك ل + ٦ ك ل - ٤ ك ل + ل$$

$$(م - م) = م - ١٦ م + ٨ م ب - ٣ م ب + م ب - م ب$$

$$٢٥٦ د$$

$$٨ د$$

$$٢ د$$

$$د$$

$$١٦ م$$

$$٨ م ب$$

$$٣ م ب$$

$$م ب$$

ولك ان تعتبر الحد المضلع كمية محصورة دليها واحد مثلاً

$$(ك - د) = ك - ٢ ك د + ٣ ك د - ٣ ك د + ٣ ك د - ٣ ك د + د$$

$$٨ ك - ١٢ ك د + ٦ ك د - د$$

مخرجات

رقي واسط

$$(ب - د) الى القوة ٢ - ٥ - ٣ - ١١ - ١٢$$

$$(ب - د) الى القوة ٤ - ٧ - ٦ - ١١ - ١٣$$

$$(ب - د) الى القوة ٥ - ٧ - ٦ - ١١ - ١٣$$

$$(ب - د) الى القوة ٦ - ٧ - ٦ - ١١ - ١٣$$

$$(ب - د) الى القوة ٧ - ٦ - ٦ - ١١ - ١٣$$

$$(ب - د) الى القوة ٨ - ٦ - ٦ - ١١ - ١٣$$

$$[(p + s) + d] = (p + s + d)$$

$$= d^1 + d^3 (b + s) + d^2 (b + s) + d^1 (a + m)$$

$$= d^2 + 3db + 3d^2s + d^3 + ab + 2ab s + b^2 =$$

ب^۱ + ۳ب^۲ + ۳ب^۳ + ۳ب^۴ + ۳ب^۵ + ۳ب^۶ + ۳ب^۷ + ۳ب^۸ + ۳ب^۹ + ۳ب^{۱۰} + ۳ب^{۱۱} + ۳ب^{۱۲} + ۳ب^{۱۳} + ۳ب^{۱۴} + ۳ب^{۱۵} + ۳ب^{۱۶} + ۳ب^{۱۷} + ۳ب^{۱۸} + ۳ب^{۱۹} + ۳ب^{۲۰} + ۳ب^{۲۱} + ۳ب^{۲۲} + ۳ب^{۲۳} + ۳ب^{۲۴} + ۳ب^{۲۵} + ۳ب^{۲۶} + ۳ب^{۲۷} + ۳ب^{۲۸} + ۳ب^{۲۹} + ۳ب^{۳۰} + ۳ب^{۳۱} + ۳ب^{۳۲} + ۳ب^{۳۳} + ۳ب^{۳۴} + ۳ب^{۳۵} + ۳ب^{۳۶} + ۳ب^{۳۷} + ۳ب^{۳۸} + ۳ب^{۳۹} + ۳ب^{۴۰} + ۳ب^{۴۱} + ۳ب^{۴۲} + ۳ب^{۴۳} + ۳ب^{۴۴} + ۳ب^{۴۵} + ۳ب^{۴۶} + ۳ب^{۴۷} + ۳ب^{۴۸} + ۳ب^{۴۹} + ۳ب^{۵۰} + ۳ب^{۵۱} + ۳ب^{۵۲} + ۳ب^{۵۳} + ۳ب^{۵۴} + ۳ب^{۵۵} + ۳ب^{۵۶} + ۳ب^{۵۷} + ۳ب^{۵۸} + ۳ب^{۵۹} + ۳ب^{۶۰} + ۳ب^{۶۱} + ۳ب^{۶۲} + ۳ب^{۶۳} + ۳ب^{۶۴} + ۳ب^{۶۵} + ۳ب^{۶۶} + ۳ب^{۶۷} + ۳ب^{۶۸} + ۳ب^{۶۹} + ۳ب^{۷۰} + ۳ب^{۷۱} + ۳ب^{۷۲} + ۳ب^{۷۳} + ۳ب^{۷۴} + ۳ب^{۷۵} + ۳ب^{۷۶} + ۳ب^{۷۷} + ۳ب^{۷۸} + ۳ب^{۷۹} + ۳ب^{۸۰} + ۳ب^{۸۱} + ۳ب^{۸۲} + ۳ب^{۸۳} + ۳ب^{۸۴} + ۳ب^{۸۵} + ۳ب^{۸۶} + ۳ب^{۸۷} + ۳ب^{۸۸} + ۳ب^{۸۹} + ۳ب^{۹۰} + ۳ب^{۹۱} + ۳ب^{۹۲} + ۳ب^{۹۳} + ۳ب^{۹۴} + ۳ب^{۹۵} + ۳ب^{۹۶} + ۳ب^{۹۷} + ۳ب^{۹۸} + ۳ب^{۹۹} + ۳ب^{۱۰۰} + ۳ب^{۱۰۱} + ۳ب^{۱۰۲} + ۳ب^{۱۰۳} + ۳ب^{۱۰۴} + ۳ب^{۱۰۵} + ۳ب^{۱۰۶} + ۳ب^{۱۰۷} + ۳ب^{۱۰۸} + ۳ب^{۱۰۹} + ۳ب^{۱۱۰} + ۳ب^{۱۱۱} + ۳ب^{۱۱۲} + ۳ب^{۱۱۳} + ۳ب^{۱۱۴} + ۳ب^{۱۱۵} + ۳ب^{۱۱۶} + ۳ب^{۱۱۷} + ۳ب^{۱۱۸} + ۳ب^{۱۱۹} + ۳ب^{۱۲۰} + ۳ب^{۱۲۱} + ۳ب^{۱۲۲} + ۳ب^{۱۲۳} + ۳ب^{۱۲۴} + ۳ب^{۱۲۵} + ۳ب^{۱۲۶} + ۳ب^{۱۲۷} + ۳ب^{۱۲۸} + ۳ب^{۱۲۹} + ۳ب^{۱۳۰} + ۳ب^{۱۳۱} + ۳ب^{۱۳۲} + ۳ب^{۱۳۳} + ۳ب^{۱۳۴} + ۳ب^{۱۳۵} + ۳ب^{۱۳۶} + ۳ب^{۱۳۷} + ۳ب^{۱۳۸} + ۳ب^{۱۳۹} + ۳ب^{۱۴۰} + ۳ب^{۱۴۱} + ۳ب^{۱۴۲} + ۳ب^{۱۴۳} + ۳ب^{۱۴۴} + ۳ب^{۱۴۵} + ۳ب^{۱۴۶} + ۳ب^{۱۴۷} + ۳ب^{۱۴۸} + ۳ب^{۱۴۹} + ۳ب^{۱۵۰} + ۳ب^{۱۵۱} + ۳ب^{۱۵۲} + ۳ب^{۱۵۳} + ۳ب^{۱۵۴} + ۳ب^{۱۵۵} + ۳ب^{۱۵۶} + ۳ب^{۱۵۷} + ۳ب^{۱۵۸} + ۳ب^{۱۵۹} + ۳ب^{۱۶۰} + ۳ب^{۱۶۱} + ۳ب^{۱۶۲} + ۳ب^{۱۶۳} + ۳ب^{۱۶۴} + ۳ب^{۱۶۵} + ۳ب^{۱۶۶} + ۳ب^{۱۶۷} + ۳ب^{۱۶۸} + ۳ب^{۱۶۹} + ۳ب^{۱۷۰} + ۳ب^{۱۷۱} + ۳ب^{۱۷۲} + ۳ب^{۱۷۳} + ۳ب^{۱۷۴} + ۳ب^{۱۷۵} + ۳ب^{۱۷۶} + ۳ب^{۱۷۷} + ۳ب^{۱۷۸} + ۳ب^{۱۷۹} + ۳ب^{۱۸۰} + ۳ب^{۱۸۱} + ۳ب^{۱۸۲} + ۳ب^{۱۸۳} + ۳ب^{۱۸۴} + ۳ب^{۱۸۵} + ۳ب^{۱۸۶} + ۳ب^{۱۸۷} + ۳ب^{۱۸۸} + ۳ب^{۱۸۹} + ۳ب^{۱۹۰} + ۳ب^{۱۹۱} + ۳ب^{۱۹۲} + ۳ب^{۱۹۳} + ۳ب^{۱۹۴} + ۳ب^{۱۹۵} + ۳ب^{۱۹۶} + ۳ب^{۱۹۷} + ۳ب^{۱۹۸} + ۳ب^{۱۹۹} + ۳ب^{۲۰۰} + ۳ب^{۲۰۱} + ۳ب^{۲۰۲} + ۳ب^{۲۰۳} + ۳ب^{۲۰۴} + ۳ب^{۲۰۵} + ۳ب^{۲۰۶} + ۳ب^{۲۰۷} + ۳ب^{۲۰۸} + ۳ب^{۲۰۹} + ۳ب^{۲۱۰} + ۳ب^{۲۱۱} + ۳ب^{۲۱۲} + ۳ب^{۲۱۳} + ۳ب^{۲۱۴} + ۳ب^{۲۱۵} + ۳ب^{۲۱۶} + ۳ب^{۲۱۷} + ۳ب^{۲۱۸} + ۳ب^{۲۱۹} + ۳ب^{۲۲۰} + ۳ب^{۲۲۱} + ۳ب^{۲۲۲} + ۳ب^{۲۲۳} + ۳ب^{۲۲۴} + ۳ب^{۲۲۵} + ۳ب^{۲۲۶} + ۳ب^{۲۲۷} + ۳ب^{۲۲۸} + ۳ب^{۲۲۹} + ۳ب^{۲۳۰} + ۳ب^{۲۳۱} + ۳ب^{۲۳۲} + ۳ب^{۲۳۳} + ۳ب^{۲۳۴} + ۳ب^{۲۳۵} + ۳ب^{۲۳۶} + ۳ب^{۲۳۷} + ۳ب^{۲۳۸} + ۳ب^{۲۳۹} + ۳ب^{۲۴۰} + ۳ب^{۲۴۱} + ۳ب^{۲۴۲} + ۳ب^{۲۴۳} + ۳ب^{۲۴۴} + ۳ب^{۲۴۵} + ۳ب^{۲۴۶} + ۳ب^{۲۴۷} + ۳ب^{۲۴۸} + ۳ب^{۲۴۹} + ۳ب^{۲۵۰} + ۳ب^{۲۵۱} + ۳ب^{۲۵۲} + ۳ب^{۲۵۳} + ۳ب^{۲۵}

$$\mu + \nu + \tau =$$

۳ (دُب + دُس + پ + د + بَس + س + د + ب + ب)

- ادب سے

(١١٥) لنا من المثاليين المذكورين فاضلان لتريم عبارة مركبة وتكميها

١ مربع عبارة مركبة يساوي مجموع مربعات كل حد منها مع

مضاعف كل حد في مجموع الحدود التي تليه

$$a + d + f + b = (a + d + f + b)$$

۲۰ ب (ف د د د)

(a) 1997

2824

$\frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + \sqrt{1 - 4x}}{1 - \sqrt{1 - 4x}} \right) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n$

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9} + \frac{1}{10} = 2.9289682539682539$$

(4-3-4-1) 27

1891

100

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{2})^n = (\frac{1}{2})^n (1 + \sqrt{2})^n$$

$$12 - 25 + 39 + 4 = 30 - 2 + 22 - 2$$

1871-1872-1873-1874

10

٢ مكعب عبارة مركبة يساوي مجموع مكعبات كل الحدود مع
ثلاثة امثال حاصل مربع كل حد في مجتمع الحدود الباقية مع
سنة امثال مجموع الحواصل من ضرب كل ثلث حدود مختلفة
(ب + س + د + ف) = ب' + س' + د' + ف'

$$+ 3 \text{ ب } (س + د + ف)$$

$$+ 3 \text{ س } (ب + د + ف)$$

$$+ 3 \text{ د } (ب + س + ف)$$

$$+ 2 \text{ ف } (ب + س + د)$$

$$+ 6 \text{ ب س د } (ب س ف + ب د ف + س د ف)$$

$$(ب - س - د - ف) = ب' - س' - د' - ف'$$

$$+ 3 \text{ ب } (-س - د - ف)$$

$$+ 3 \text{ س } (-ب - د - ف)$$

$$+ 3 \text{ د } (-ب - س - ف)$$

$$+ 3 \text{ ف } (-ب - س - د)$$

$$+ 6 \text{ ب س د } (-ب س ف - ب د ف - س د ف)$$

$$(2 \text{ د} - 3 \text{ ف م} + 3 \text{ ن} - 4 \text{ ع}) = 2 \text{ د} - 3 \text{ ف م} + 3 \text{ ن} - 4 \text{ ع}$$

$$+ 12 \text{ د} - 3 \text{ ف م} + 3 \text{ ن} - 4 \text{ ع}$$

$$+ 27 \text{ ف م} - 2 \text{ د} - 3 \text{ ف م} + 3 \text{ ن} - 4 \text{ ع}$$

$$+ 3 \text{ ن} - 2 \text{ د} - 3 \text{ ف م} - 4 \text{ ع}$$

$$+ 3 \text{ ع} - 2 \text{ د} - 3 \text{ ف م} + 3 \text{ ن}$$

$$+ 6 \text{ د ف م} - 6 \text{ د ف م} - 2 \text{ د ف م} + 3 \text{ ف م ن} - 4 \text{ ع}$$

دليل الجذر يكتب بشكل صغير اما عن يمين اشارة الجذر واما بيمينه
 تخرج لدليل القوة مثلاً $\overline{أب} = \overline{أ} \cdot \overline{ب}$. $\overline{أد} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$ (د ل) $\overline{أ} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$.
 $\overline{أد} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$. $\overline{أب} = \overline{أ} \cdot \overline{ب}$. $\overline{أد} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$. $\overline{أد} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$. $\overline{أد} = \overline{أ} \cdot \overline{د}$.
 ويتقضى ذلك تكون صورة الدلائل الكسري دليل قوة ومخرجه دليل جذر

الفصل الاول

تجذير كمية بسيطة

(١١٧) علمت ان القوات تحصل بالضرب فبعكس ذلك نتج
 الجذور بالقسمة مثلاً : القوة النونية من $\overline{ب}$ هي $\overline{ب}^{\frac{1}{10}}$ بالعكس
 الجذر النوني من $\overline{ب}$ هو $\overline{ب}^{10}$ قلنا من ذلك هذه القاعدة
 اقسام دليل القوة على دليل الجذر فالحارج دليل الكمية

المطلوب

جذر $\overline{ب}$ الكمي $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{2}}$

د الرابع $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{4}}$

د العاشر $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{10}}$

د الكمي $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{100}}$

اما اشارة الجذر فتختلف حسب رأيت من يدل اشارة القوة تبعاً لاشارة
 الكمية الاصلية اي الجذر قلنا القواعد الاتية

الجذر الوتري له علامة القوة ذاتها

كما ان القوة الوتري لها علامة الجذر ذاتها $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{2}}$ لان $\overline{أ} = \overline{ب}^{\frac{1}{2}}$

$\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{4}}$ لان $\overline{أ} = \overline{ب}^{\frac{1}{4}}$ $\overline{أ} = \overline{ب} = \overline{ب}^{\frac{1}{10}}$ لان $\overline{أ} = \overline{ب}^{\frac{1}{10}}$

٢ الجذر الشفوي لكمية ايجابية ملتبس

لان القوة الشفوية ايجابية دائماً مهما كان الجذر مثلاً $\sqrt{d} = -\sqrt{d}$
 لان (د) او $(-د) = \sqrt{d}$

٣ الجذر الشفوي لكمية سالبة مستحيل او وهمي

لانه لا يمكن ان ترفع كمية الى قوة شفهوية فتصير سالبة لذلك نسمي جذور الكميات السالبة محدثة او وهمية اذ لا اصل حقيقي لها مثلاً
 $\sqrt{-4}$ ، $\sqrt{-9}$ ، $\sqrt{-16}$ ، $\sqrt{-25}$ ، $\sqrt{-36}$ ، $\sqrt{-49}$ ، $\sqrt{-64}$ ، $\sqrt{-81}$ ، $\sqrt{-100}$ ، $\sqrt{-121}$ ، $\sqrt{-144}$ ، $\sqrt{-169}$ ، $\sqrt{-196}$ ، $\sqrt{-225}$ ، $\sqrt{-256}$ ، $\sqrt{-289}$ ، $\sqrt{-324}$ ، $\sqrt{-361}$ ، $\sqrt{-400}$ ، $\sqrt{-441}$ ، $\sqrt{-484}$ ، $\sqrt{-529}$ ، $\sqrt{-576}$ ، $\sqrt{-625}$ ، $\sqrt{-676}$ ، $\sqrt{-729}$ ، $\sqrt{-784}$ ، $\sqrt{-841}$ ، $\sqrt{-900}$ ، $\sqrt{-961}$ ، $\sqrt{-1024}$ ، $\sqrt{-1089}$ ، $\sqrt{-1156}$ ، $\sqrt{-1225}$ ، $\sqrt{-1296}$ ، $\sqrt{-1369}$ ، $\sqrt{-1444}$ ، $\sqrt{-1521}$ ، $\sqrt{-1584}$ ، $\sqrt{-1656}$ ، $\sqrt{-1729}$ ، $\sqrt{-1800}$ ، $\sqrt{-1881}$ ، $\sqrt{-1960}$ ، $\sqrt{-2041}$ ، $\sqrt{-2124}$ ، $\sqrt{-2209}$ ، $\sqrt{-2296}$ ، $\sqrt{-2385}$ ، $\sqrt{-2476}$ ، $\sqrt{-2569}$ ، $\sqrt{-2664}$ ، $\sqrt{-2761}$ ، $\sqrt{-2860}$ ، $\sqrt{-2961}$ ، $\sqrt{-3064}$ ، $\sqrt{-3169}$ ، $\sqrt{-3276}$ ، $\sqrt{-3385}$ ، $\sqrt{-3496}$ ، $\sqrt{-3609}$ ، $\sqrt{-3724}$ ، $\sqrt{-3841}$ ، $\sqrt{-3960}$ ، $\sqrt{-4081}$ ، $\sqrt{-4204}$ ، $\sqrt{-4329}$ ، $\sqrt{-4456}$ ، $\sqrt{-4585}$ ، $\sqrt{-4716}$ ، $\sqrt{-4849}$ ، $\sqrt{-4984}$ ، $\sqrt{-5121}$ ، $\sqrt{-5260}$ ، $\sqrt{-5401}$ ، $\sqrt{-5544}$ ، $\sqrt{-5689}$ ، $\sqrt{-5836}$ ، $\sqrt{-5985}$ ، $\sqrt{-6136}$ ، $\sqrt{-6289}$ ، $\sqrt{-6444}$ ، $\sqrt{-6601}$ ، $\sqrt{-6760}$ ، $\sqrt{-6921}$ ، $\sqrt{-7084}$ ، $\sqrt{-7249}$ ، $\sqrt{-7416}$ ، $\sqrt{-7585}$ ، $\sqrt{-7756}$ ، $\sqrt{-7929}$ ، $\sqrt{-8104}$ ، $\sqrt{-8281}$ ، $\sqrt{-8460}$ ، $\sqrt{-8641}$ ، $\sqrt{-8824}$ ، $\sqrt{-9009}$ ، $\sqrt{-9196}$ ، $\sqrt{-9385}$ ، $\sqrt{-9576}$ ، $\sqrt{-9769}$ ، $\sqrt{-9964}$ ، $\sqrt{-10161}$ ، $\sqrt{-10360}$ ، $\sqrt{-10561}$ ، $\sqrt{-10764}$ ، $\sqrt{-10969}$ ، $\sqrt{-11176}$ ، $\sqrt{-11385}$ ، $\sqrt{-11596}$ ، $\sqrt{-11809}$ ، $\sqrt{-12024}$ ، $\sqrt{-12241}$ ، $\sqrt{-12460}$ ، $\sqrt{-12681}$ ، $\sqrt{-12904}$ ، $\sqrt{-13129}$ ، $\sqrt{-13356}$ ، $\sqrt{-13585}$ ، $\sqrt{-13816}$ ، $\sqrt{-14049}$ ، $\sqrt{-14284}$ ، $\sqrt{-14521}$ ، $\sqrt{-14760}$ ، $\sqrt{-15001}$ ، $\sqrt{-15244}$ ، $\sqrt{-15489}$ ، $\sqrt{-15736}$ ، $\sqrt{-15985}$ ، $\sqrt{-16236}$ ، $\sqrt{-16489}$ ، $\sqrt{-16744}$ ، $\sqrt{-17001}$ ، $\sqrt{-17260}$ ، $\sqrt{-17521}$ ، $\sqrt{-17784}$ ، $\sqrt{-18049}$ ، $\sqrt{-18316}$ ، $\sqrt{-18585}$ ، $\sqrt{-18856}$ ، $\sqrt{-19129}$ ، $\sqrt{-19404}$ ، $\sqrt{-19681}$ ، $\sqrt{-19960}$ ، $\sqrt{-20241}$ ، $\sqrt{-20524}$ ، $\sqrt{-20809}$ ، $\sqrt{-21096}$ ، $\sqrt{-21385}$ ، $\sqrt{-21676}$ ، $\sqrt{-21969}$ ، $\sqrt{-22264}$ ، $\sqrt{-22561}$ ، $\sqrt{-22860}$ ، $\sqrt{-23161}$ ، $\sqrt{-23464}$ ، $\sqrt{-23769}$ ، $\sqrt{-24076}$ ، $\sqrt{-24385}$ ، $\sqrt{-24696}$ ، $\sqrt{-25009}$ ، $\sqrt{-25324}$ ، $\sqrt{-25641}$ ، $\sqrt{-25960}$ ، $\sqrt{-26281}$ ، $\sqrt{-26604}$ ، $\sqrt{-26929}$ ، $\sqrt{-27256}$ ، $\sqrt{-27585}$ ، $\sqrt{-27916}$ ، $\sqrt{-28249}$ ، $\sqrt{-28584}$ ، $\sqrt{-28921}$ ، $\sqrt{-29260}$ ، $\sqrt{-29601}$ ، $\sqrt{-29944}$ ، $\sqrt{-30289}$ ، $\sqrt{-30636}$ ، $\sqrt{-30985}$ ، $\sqrt{-31336}$ ، $\sqrt{-31689}$ ، $\sqrt{-32044}$ ، $\sqrt{-32401}$ ، $\sqrt{-32760}$ ، $\sqrt{-33121}$ ، $\sqrt{-33484}$ ، $\sqrt{-33849}$ ، $\sqrt{-34216}$ ، $\sqrt{-34585}$ ، $\sqrt{-34956}$ ، $\sqrt{-35329}$ ، $\sqrt{-35704}$ ، $\sqrt{-36081}$ ، $\sqrt{-36460}$ ، $\sqrt{-36841}$ ، $\sqrt{-37224}$ ، $\sqrt{-37609}$ ، $\sqrt{-37996}$ ، $\sqrt{-38385}$ ، $\sqrt{-38776}$ ، $\sqrt{-39169}$ ، $\sqrt{-39564}$ ، $\sqrt{-39961}$ ، $\sqrt{-40360}$ ، $\sqrt{-40761}$ ، $\sqrt{-41164}$ ، $\sqrt{-41569}$ ، $\sqrt{-41976}$ ، $\sqrt{-42385}$ ، $\sqrt{-42796}$ ، $\sqrt{-43209}$ ، $\sqrt{-43624}$ ، $\sqrt{-44041}$ ، $\sqrt{-44460}$ ، $\sqrt{-44881}$ ، $\sqrt{-45304}$ ، $\sqrt{-45729}$ ، $\sqrt{-46156}$ ، $\sqrt{-46585}$ ، $\sqrt{-47016}$ ، $\sqrt{-47449}$ ، $\sqrt{-47884}$ ، $\sqrt{-48321}$ ، $\sqrt{-48760}$ ، $\sqrt{-49201}$ ، $\sqrt{-49644}$ ، $\sqrt{-50089}$ ، $\sqrt{-50536}$ ، $\sqrt{-50985}$ ، $\sqrt{-51436}$ ، $\sqrt{-51889}$ ، $\sqrt{-52344}$ ، $\sqrt{-52801}$ ، $\sqrt{-53260}$ ، $\sqrt{-53721}$ ، $\sqrt{-54184}$ ، $\sqrt{-54649}$ ، $\sqrt{-55116}$ ، $\sqrt{-55585}$ ، $\sqrt{-56056}$ ، $\sqrt{-56529}$ ، $\sqrt{-57004}$ ، $\sqrt{-57481}$ ، $\sqrt{-57960}$ ، $\sqrt{-58441}$ ، $\sqrt{-58924}$ ، $\sqrt{-59409}$ ، $\sqrt{-59896}$ ، $\sqrt{-60385}$ ، $\sqrt{-60876}$ ، $\sqrt{-61369}$ ، $\sqrt{-61864}$ ، $\sqrt{-62361}$ ، $\sqrt{-62860}$ ، $\sqrt{-63361}$ ، $\sqrt{-63864}$ ، $\sqrt{-64369}$ ، $\sqrt{-64876}$ ، $\sqrt{-65385}$ ، $\sqrt{-65896}$ ، $\sqrt{-66409}$ ، $\sqrt{-66924}$ ، $\sqrt{-67441}$ ، $\sqrt{-67960}$ ، $\sqrt{-68481}$ ، $\sqrt{-69004}$ ، $\sqrt{-69529}$ ، $\sqrt{-70056}$ ، $\sqrt{-70585}$ ، $\sqrt{-71116}$ ، $\sqrt{-71649}$ ، $\sqrt{-72184}$ ، $\sqrt{-72721}$ ، $\sqrt{-73260}$ ، $\sqrt{-73801}$ ، $\sqrt{-74344}$ ، $\sqrt{-74889}$ ، $\sqrt{-75436}$ ، $\sqrt{-75985}$ ، $\sqrt{-76536}$ ، $\sqrt{-77089}$ ، $\sqrt{-77644}$ ، $\sqrt{-78201}$ ، $\sqrt{-78760}$ ، $\sqrt{-79321}$ ، $\sqrt{-79884}$ ، $\sqrt{-80449}$ ، $\sqrt{-81016}$ ، $\sqrt{-81585}$ ، $\sqrt{-82156}$ ، $\sqrt{-82729}$ ، $\sqrt{-83304}$ ، $\sqrt{-83881}$ ، $\sqrt{-84460}$ ، $\sqrt{-85041}$ ، $\sqrt{-85624}$ ، $\sqrt{-86209}$ ، $\sqrt{-86796}$ ، $\sqrt{-87385}$ ، $\sqrt{-87976}$ ، $\sqrt{-88569}$ ، $\sqrt{-89164}$ ، $\sqrt{-89761}$ ، $\sqrt{-90360}$ ، $\sqrt{-90961}$ ، $\sqrt{-91564}$ ، $\sqrt{-92169}$ ، $\sqrt{-92776}$ ، $\sqrt{-93385}$ ، $\sqrt{-93996}$ ، $\sqrt{-94609}$ ، $\sqrt{-95224}$ ، $\sqrt{-95841}$ ، $\sqrt{-96460}$ ، $\sqrt{-97081}$ ، $\sqrt{-97704}$ ، $\sqrt{-98329}$ ، $\sqrt{-98956}$ ، $\sqrt{-99585}$ ، $\sqrt{-100216}$ ، $\sqrt{-100849}$ ، $\sqrt{-101484}$ ، $\sqrt{-102121}$ ، $\sqrt{-102760}$ ، $\sqrt{-103401}$ ، $\sqrt{-104044}$ ، $\sqrt{-104689}$ ، $\sqrt{-105336}$ ، $\sqrt{-105985}$ ، $\sqrt{-106636}$ ، $\sqrt{-107289}$ ، $\sqrt{-107944}$ ، $\sqrt{-108601}$ ، $\sqrt{-109260}$ ، $\sqrt{-109921}$ ، $\sqrt{-110584}$ ، $\sqrt{-111249}$ ، $\sqrt{-111916}$ ، $\sqrt{-112585}$ ، $\sqrt{-113256}$ ، $\sqrt{-113929}$ ، $\sqrt{-114604}$ ، $\sqrt{-115281}$ ، $\sqrt{-115960}$ ، $\sqrt{-116641}$ ، $\sqrt{-117324}$ ، $\sqrt{-118009}$ ، $\sqrt{-118696}$ ، $\sqrt{-119385}$ ، $\sqrt{-120076}$ ، $\sqrt{-120769}$ ، $\sqrt{-121464}$ ، $\sqrt{-122161}$ ، $\sqrt{-122860}$ ، $\sqrt{-123561}$ ، $\sqrt{-124264}$ ، $\sqrt{-124969}$ ، $\sqrt{-125676}$ ، $\sqrt{-126385}$ ، $\sqrt{-127096}$ ، $\sqrt{-127809}$ ، $\sqrt{-128524}$ ، $\sqrt{-129241}$ ، $\sqrt{-129960}$ ، $\sqrt{-130681}$ ، $\sqrt{-131404}$ ، $\sqrt{-132129}$ ، $\sqrt{-132856}$ ، $\sqrt{-133585}$ ، $\sqrt{-134316}$ ، $\sqrt{-135049}$ ، $\sqrt{-135784}$ ، $\sqrt{-136521}$ ، $\sqrt{-137260}$ ، $\sqrt{-138001}$ ، $\sqrt{-138744}$ ، $\sqrt{-139489}$ ، $\sqrt{-140236}$ ، $\sqrt{-140985}$ ، $\sqrt{-141736}$ ، $\sqrt{-142489}$ ، $\sqrt{-143244}$ ، $\sqrt{-144001}$ ، $\sqrt{-144760}$ ، $\sqrt{-145521}$ ، $\sqrt{-146284}$ ، $\sqrt{-147049}$ ، $\sqrt{-147816}$ ، $\sqrt{-148585}$ ، $\sqrt{-149356}$ ، $\sqrt{-150129}$ ، $\sqrt{-150904}$ ، $\sqrt{-151681}$ ، $\sqrt{-152460}$ ، $\sqrt{-153241}$ ، $\sqrt{-154024}$ ، $\sqrt{-154809}$ ، $\sqrt{-155596}$ ، $\sqrt{-156385}$ ، $\sqrt{-157176}$ ، $\sqrt{-157969}$ ، $\sqrt{-158764}$ ، $\sqrt{-159561}$ ، $\sqrt{-160360}$ ، $\sqrt{-161161}$ ، $\sqrt{-161964}$ ، $\sqrt{-162769}$ ، $\sqrt{-163576}$ ، $\sqrt{-164385}$ ، $\sqrt{-165196}$ ، $\sqrt{-166009}$ ، $\sqrt{-166824}$ ، $\sqrt{-167641}$ ، $\sqrt{-168460}$ ، $\sqrt{-169281}$ ، $\sqrt{-170104}$ ، $\sqrt{-170929}$ ، $\sqrt{-171756}$ ، $\sqrt{-172585}$ ، $\sqrt{-173416}$ ، $\sqrt{-174249}$ ، $\sqrt{-175084}$ ، $\sqrt{-175921}$ ، $\sqrt{-176760}$ ، $\sqrt{-177601}$ ، $\sqrt{-178444}$ ، $\sqrt{-179289}$ ، $\sqrt{-180136}$ ، $\sqrt{-180985}$ ، $\sqrt{-181836}$ ، $\sqrt{-182689}$ ، $\sqrt{-183544}$ ، $\sqrt{-184401}$ ، $\sqrt{-185260}$ ، $\sqrt{-186121}$ ، $\sqrt{-186984}$ ، $\sqrt{-187849}$ ، $\sqrt{-188716}$ ، $\sqrt{-189585}$ ، $\sqrt{-190456}$ ، $\sqrt{-191329}$ ، $\sqrt{-192204}$ ، $\sqrt{-193081}$ ، $\sqrt{-193960}$ ، $\sqrt{-194841}$ ، $\sqrt{-195724}$ ، $\sqrt{-196609}$ ، $\sqrt{-197496}$ ، $\sqrt{-198385}$ ، $\sqrt{-199276}$ ، $\sqrt{-200169}$ ، $\sqrt{-201064}$ ، $\sqrt{-201961}$ ، $\sqrt{-202860}$ ، $\sqrt{-203761}$ ، $\sqrt{-204664}$ ، $\sqrt{-205569}$ ، $\sqrt{-206476}$ ، $\sqrt{-207385}$ ، $\sqrt{-208296}$ ، $\sqrt{-209209}$ ، $\sqrt{-210124}$ ، $\sqrt{-211041}$ ، $\sqrt{-211960}$ ، $\sqrt{-212881}$ ، $\sqrt{-213804}$ ، $\sqrt{-214729}$ ، $\sqrt{-215656}$ ، $\sqrt{-216585}$ ، $\sqrt{-217516}$ ، $\sqrt{-218449}$ ، $\sqrt{-219384}$ ، $\sqrt{-220321}$ ، $\sqrt{-221260}$ ، $\sqrt{-222201}$ ، $\sqrt{-223144}$ ، $\sqrt{-224089}$ ، $\sqrt{-225036}$ ، $\sqrt{-225985}$ ، $\sqrt{-226936}$ ، $\sqrt{-227889}$ ، $\sqrt{-228844}$ ، $\sqrt{-229801}$ ، $\sqrt{-230760}$ ، $\sqrt{-231721}$ ، $\sqrt{-232684}$ ، $\sqrt{-233649}$ ، $\sqrt{-234616}$ ، $\sqrt{-235585}$ ، $\sqrt{-236556}$ ، $\sqrt{-237529}$ ، $\sqrt{-238504}$ ، $\sqrt{-239481}$ ، $\sqrt{-240460}$ ، $\sqrt{-241441}$ ، $\sqrt{-242424}$ ، $\sqrt{-243409}$ ، $\sqrt{-244396}$ ، $\sqrt{-245385}$ ، $\sqrt{-246376}$ ، $\sqrt{-247369}$ ، $\sqrt{-248364}$ ، $\sqrt{-249361}$ ، $\sqrt{-250360}$ ، $\sqrt{-251361}$ ، $\sqrt{-252364}$ ، $\sqrt{-253369}$ ، $\sqrt{-254376}$ ، $\sqrt{-255385}$ ، $\sqrt{-256396}$ ، $\sqrt{-257409}$ ، $\sqrt{-258424}$ ، $\sqrt{-259441}$ ، $\sqrt{-260460}$ ، $\sqrt{-261481}$ ، $\sqrt{-262504}$ ، $\sqrt{-263529}$ ، $\sqrt{-264556}$ ، $\sqrt{-265585}$ ، $\sqrt{-266616}$ ، $\sqrt{-267649}$ ، $\sqrt{-268684}$ ، $\sqrt{-269721}$ ، $\sqrt{-270760}$ ، $\sqrt{-271801}$ ، $\sqrt{-272844}$ ، $\sqrt{-273889}$ ، $\sqrt{-274936}$ ، $\sqrt{-275985}$ ، $\sqrt{-277036}$ ، $\sqrt{-278089}$ ، $\sqrt{-279144}$ ، $\sqrt{-280201}$ ، $\sqrt{-281260}$ ، $\sqrt{-282321}$ ، $\sqrt{-283384}$ ، $\sqrt{-284449}$ ، $\sqrt{-285516}$ ، $\sqrt{-286585}$ ، $\sqrt{-287656}$ ، $\sqrt{-288729}$ ، $\sqrt{-289804}$ ، $\sqrt{-290881}$ ، $\sqrt{-291960}$ ، $\sqrt{-293041}$ ، $\sqrt{-294124}$ ، $\sqrt{-295209}$ ، $\sqrt{-296296}$ ، $\sqrt{-297385}$ ، $\sqrt{-298476}$ ، $\sqrt{-299569}$ ، $\sqrt{-300664}$ ، $\sqrt{-301761}$ ، $\sqrt{-302860}$ ، $\sqrt{-303961}$ ، $\sqrt{-305064}$ ، $\sqrt{-306169}$ ، $\sqrt{-307276}$ ، $\sqrt{-308385}$ ، $\sqrt{-309496}$ ، $\sqrt{-310609}$ ، $\sqrt{-311724}$ ، $\sqrt{-312841}$ ، $\sqrt{-313960}$ ، $\sqrt{-315081}$ ، $\sqrt{-316204}$ ، $\sqrt{-317329}$ ، $\sqrt{-318456}$ ، $\sqrt{-319585}$ ، $\sqrt{-320716}$ ، $\sqrt{-321849}$ ، $\sqrt{-322984}$ ، $\sqrt{-324121}$ ، $\sqrt{-325260}$ ، $\sqrt{-326401}$ ، $\sqrt{-327544}$ ، $\sqrt{-328689}$ ، $\sqrt{-329836}$ ، $\sqrt{-330985}$ ، $\sqrt{-332136}$ ، $\sqrt{-333289}$ ، $\sqrt{-334444}$ ، $\sqrt{-335601}$ ، $\sqrt{-336760}$ ، $\sqrt{-337921}$ ، $\sqrt{-339084}$ ، $\sqrt{-340249}$ ، $\sqrt{-341416}$ ، $\sqrt{-342585}$ ، $\sqrt{-343756}$ ، $\sqrt{-344929}$ ، $\sqrt{-346104}$ ، $\sqrt{-347281}$ ، $\sqrt{-348460}$ ، $\sqrt{-349641}$ ، $\sqrt{-350824}$ ، $\sqrt{-352009}$ ، $\sqrt{-353196}$ ، $\sqrt{-354385}$ ، $\sqrt{-355576}$ ، $\sqrt{-356769}$ ، $\sqrt{-357964}$ ، $\sqrt{-359161}$ ، $\sqrt{-360360}$ ، $\sqrt{-361561}$ ، $\sqrt{-362764}$ ، $\sqrt{-363969}$ ، $\sqrt{-365176}$ ، $\sqrt{-366385}$ ، $\sqrt{-367596}$ ، $\sqrt{-368809}$ ، $\sqrt{-370024}$ ، $\sqrt{-371241}$ ، $\sqrt{-372460}$ ، $\sqrt{-373681}$ ، $\sqrt{-374904}$ ، $\sqrt{-376129}$ ، $\sqrt{-377356}$ ، $\sqrt{-378585}$ ، $\sqrt{-379816}$ ، $\sqrt{-381049}$ ، $\sqrt{-382284}$ ، $\sqrt{-383521}$ ، $\sqrt{-384760}$ ، $\sqrt{-386001}$ ، $\sqrt{-387244}$ ، $\sqrt{-388489}$ ، $\sqrt{-389736}$ ، $\sqrt{-390985}$ ، $\sqrt{-392236}$ ، $\sqrt{-393489}$ ، $\sqrt{-394744}$ ، $\sqrt{-396001}$ ، $\sqrt{-397260}$ ، $\sqrt{-398521}$ ، $\sqrt{-399784}$ ، $\sqrt{-401049}$ ، $\sqrt{-402316}$ ، $\sqrt{-403585}$ ، $\sqrt{-404856}$ ، $\sqrt{-406129}$ ، $\sqrt{-407404}$ ، $\sqrt{-408681}$ ، $\sqrt{-409960}$ ، $\sqrt{-411241}$ ، $\sqrt{-412524}$ ، $\sqrt{-413809}$ ، $\sqrt{-415096}$ ، $\sqrt{-416385}$ ، $\sqrt{-417676}$ ، $\sqrt{-418969}$ ، $\sqrt{-420264}$ ، $\sqrt{-421561}$ ، $\sqrt{-422860}$ ، $\sqrt{-424161}$ ، $\sqrt{-425464}$ ، $\sqrt{-426769}$ ، $\sqrt{-428076}$ ، $\sqrt{-429385}$ ، $\sqrt{-430696}$ ، $\sqrt{-432009}$ ، $\sqrt{-433324}$ ، $\sqrt{-434641}$ ، $\sqrt{-435960}$ ، $\sqrt{-437281}$ ، $\sqrt{-438604}$ ، $\sqrt{-439929}$ ، $\sqrt{-441256}$ ، $\sqrt{-442585}$ ، $\sqrt{-443916}$ ، $\sqrt{-445249}$ ، $\sqrt{-446584}$ ، $\sqrt{-447921}$ ، $\sqrt{-449260}$ ، $\sqrt{-450601}$ ، $\sqrt{-451944}$ ، $\sqrt{-453289}$ ، $\sqrt{-454636}$ ، $\sqrt{-455985}$ ، $\sqrt{-457336}$ ، $\sqrt{-458689}$ ، $\sqrt{-460044}$ ، $\sqrt{-461401}$ ، $\sqrt{-462760}$ ، $\sqrt{-464121}$ ، $\sqrt{-465484}$ ، $\sqrt{-466849}$ ، $\sqrt{-468216}$ ، $\sqrt{-469585}$ ، $\sqrt{-470956}$ ، $\sqrt{-472329}$ ، $\sqrt{-473704}$ ، $\sqrt{-475081}$ ، $\sqrt{-476460}$ ، $\sqrt{-477841}$ ، $\sqrt{-479224}$ ، $\sqrt{-480609}$ ، $\sqrt{-481996}$ ، $\sqrt{-483385}$ ، $\sqrt{-484776}$ ، $\sqrt{-486169}$ ، $\sqrt{-487564}$ ، $\sqrt{-488961}$ ، $\sqrt{-490360}$ ، $\sqrt{-491761}$ ، $\sqrt{-493164}$ ، $\sqrt{-494569}$ ، $\sqrt{-495976}$ ، $\sqrt{-497385}$ ، $\sqrt{-498796}$ ، $\sqrt{-500209}$ ، $\sqrt{-501624}$ ، $\sqrt{-503041}$ ، $\sqrt{-504460}$ ، $\sqrt{-505881}$ ، $\sqrt{-507304}$ ، $\sqrt{-508729}$ ، $\sqrt{-510156}$ ، $\sqrt{-511585}$ ، $\sqrt{-513016}$ ، $\sqrt{-514449}$ ، $\sqrt{-515884}$ ، $\sqrt{-517321}$ ، $\sqrt{-518760}$ ، $\sqrt{-520201}$ ، $\sqrt{-521644}$ ، $\sqrt{-523089}$ ، $\sqrt{-524536}$ ، $\sqrt{-525985}$ ، $\sqrt{-527436}$ ، $\sqrt{-528889}$ ، $\sqrt{-530344}$ ، $\sqrt{-531801}$ ، $\sqrt{-533260}$ ، $\sqrt{-534721}$ ، $\sqrt{-536184}$ ، $\sqrt{-537649}$ ، $\sqrt{-539116}$ ، $\sqrt{-540585}$ ، $\sqrt{-542056}$ ، $\sqrt{-543529}$ ، $\sqrt{-545004}$ ، $\sqrt{-546481}$ ، $\sqrt{-547960}$ ، $\sqrt{-549441}$ ، $\sqrt{-550924}$ ، $\sqrt{-552409}$ ، $\sqrt{-553896}$ ، $\sqrt{-555385}$ ، $\sqrt{-556876}$ ، $\sqrt{-558369}$ ، $\sqrt{-559864}$ ، $\sqrt{-561361}$ ، $\sqrt{-562860}$ ، $\sqrt{-564361}$ ، $\sqrt{-565864}$ ، $\sqrt{-567369}$ ، $\sqrt{-568876}$ ، $\sqrt{-570385}$ ، $\sqrt{-571896}$ ، $\sqrt{-573409}$ ، $\sqrt{-574924}$ ، $\sqrt{-576441}$ ، $\sqrt{-577960}$ ، $\sqrt{-579481}$ ، $\sqrt{-581004}$ ، $\sqrt{-582529}$ ، $\sqrt{-584056}$ ، $\sqrt{-585585}$ ، $\sqrt{-587116}$ ، $\sqrt{-588649}$ ، $\sqrt{-590184}$ ، $\sqrt{-591721}$ ، $\sqrt{-593260}$ ، $\sqrt{-594801}$ ، $\sqrt{-596344}$ ، $\sqrt{-597889}$ ، $\sqrt{-599436}$ ، $\sqrt{-600985}$ ، $\sqrt{-602536}$ ، $\sqrt{-604089}$ ، $\sqrt{-605644}$ ، $\sqrt{-607201}$ ، $\sqrt{-608760}$ ، $\sqrt{-610321}$ ، $\sqrt{-611884}$ ، $\sqrt{-613449}$ ، $\sqrt{-615016}$ ، $\sqrt{-616585}$ ، $\sqrt{-618156}$ ، $\sqrt{-619729}$ ، $\sqrt{-621304}$ ، $\sqrt{-622881}$ ، $\sqrt{-624460}$ ، $\sqrt{-626041}$ ، $\sqrt{-627624}$ ، $\sqrt{-629209}$ ، $\sqrt{-630796}$ ، $\sqrt{-632385}$ ، $\sqrt{-633976}$ ، $\sqrt{-635569}$ ، $\sqrt{-637164}$ ، $\sqrt{-638761}$ ، $\sqrt{-640360}$ ، $\sqrt{-641961}$ ، $\sqrt{-643564}$ ، $\sqrt{-645169}$ ، $\sqrt{-646776}$ ، $\sqrt{-648385}$ ، $\sqrt{-649996}$ ، $\sqrt{-651609}$ ، $\sqrt{-653224}$ ، $\sqrt{-654841}$ ، $\sqrt{-656460}$ ، $\sqrt{-658081}$ ، $\sqrt{-659704}$ ، $\sqrt{-661329}$ ، $\sqrt{-662956}$ ، $\sqrt{-664585}$ ، $\sqrt{-666216}$ ، $\sqrt{-667849}$ ، $\sqrt{-669484}$ ، $\sqrt{-671121}$ ، $\sqrt{-672760}$ ، $\sqrt{-674401}$ ، $\sqrt{-676044}$ ، $\sqrt{-677689}$ ، $\sqrt{-679336}$ ، $\sqrt{-680985}$ ، $\sqrt{-682636}$ ، $\sqrt{-684289}$ ، $\sqrt{-685944}$ ، $\sqrt{-687601}$ ، $\sqrt{-689260}$ ، $\sqrt{-690921}$ ، $\sqrt{-692584}$ ، $\$

$$\frac{ب}{د} = \frac{ب}{د} = \frac{ب}{د} \text{ بالعكس } \frac{د}{ب} = \frac{د}{ب}$$

$$\text{جذر } \frac{ب}{د} = \frac{ب}{د} = \frac{ب}{د}$$

$$\frac{د ٢}{ب ٢} = \frac{د ٢}{ب ٢} = \frac{د ٢}{ب ٢}$$

$$\frac{د ٢}{ب ٢} = \frac{د ٢}{ب ٢} = \frac{د ٢}{ب ٢}$$

الفصل الثاني

تجزير عبارة مركبة

(١٢٠) تجزير عبارة جبرية مركبة من حدين أو أكثر بالطرق الأربع الآتية:
 أ بالدلالة. ب بالبسط. ج بتقضي شروط الحد الأول والثاني من
 مرقبة ثالثة. د بتقضي شروط جميع حدودها.

أ التجزير بالدلالة. - ضع إشارة الجذر ودليله على تلك
 الكمية أو احصرها كحد واحد وعاملها نظيره

$$\text{الجذر التالي من } (أ + ب + ج) = (أ + ب + ج)$$

$$\text{الرابع من } (أ + ب + ج + د) = (أ + ب + ج + د)$$

$$\text{الذوي من } (أ + ب + ج + د + هـ + م) = (أ + ب + ج + د + هـ + م)$$

چند ا ب س ا لکھی = $(\overline{اب س})^2 = (پ س ا)$

يسهل العمل يرد الكمية الثانية الى حصة واحد مع كسر عند البسط

$$أب + ك = ب (١ + \frac{ك}{أ})$$

$$= ب (١ + \frac{ك}{أ}) = \frac{ب(أ + ك)}{أ} = \frac{بأ + بك}{أ}$$

٣ التهدير على موجب نظام الحد الاول والثاني من مرقى كمية ثنائية.

$$ترى من ترفقة (أب + د) = ب + ن ب + د = ب + ن ب + د$$

اولاً ب الجزء الاول من الجذر = ب اي الجذر المفروض من الحد الاول

ثانياً د الجزء الثاني من الجذر = ن ب اي الخارج من الحد الثاني

على حاصل اسم الجذر في مرقى الجزء الاول منه الى قوة دليلها اقل من دليل الجذر بواحد

ثالثاً ان كان الجذر مركباً من ثلاثة حدود فأكثر نظير (ب + د + هـ)

يعتبر الحدان معاً نظير حد واحد وتم ترفقتهما وهكذا في التهدير بعد

استخراج الحد الاول والثاني ترفقتهما حداً واحداً وتم العمل

فلما من ذلك هذه القاعدة

١ نظم القوت من الدرجة العليا فما دون ثم خذ الجذر

المفروض من الحد الاول فيكون لك الجزء الاول من الجذر

المطلوب رقه الى قوة من اسم دليل الجذر وأطرحه من نفس العبارة

ونزل الى الباقي الحد التالي واحتفظه مقسوماً جديداً

٢ رق الجزء المستخرج الى قوة دليلها اقل من دليل الجذر

بواحد ثم اضرب ما كان في هذا الدليل واقسم على الحاصل الباقي

المحفوظ فيكون لك الجزء الثاني من الجذر المطلوب

٣ اعتبر الجزئين كحد واحد بمثابة الجزء الاول ورقعها الى قوة من اسم دليل الجذر واطرح المرق من الكميات الاصلية واتم العمل كما سبق الى النهاية

$$\text{ما هو الجذر الكعي من } ٨\text{ك}^٨ - ١٢\text{ك}^٦\text{د} + ٦\text{ك}^٤\text{د}^٢ - ٢\text{ك}^٢\text{د}^٤ = (٢\text{ك}^٢ - \text{د})^٤$$

$$\begin{array}{r} ٨\text{ك}^٨ - ١٢\text{ك}^٦\text{د} + ٦\text{ك}^٤\text{د}^٢ - ٢\text{ك}^٢\text{د}^٤ \\ \underline{٨\text{ك}^٨ - ١٢\text{ك}^٦\text{د} + ٦\text{ك}^٤\text{د}^٢ - ٢\text{ك}^٢\text{د}^٤} \\ ٠ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{الرابع من ب} - ٤\text{ب}^٢\text{د} + ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ - ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ + \text{ب}^٢\text{د}^٤ \\ \underline{\text{ب}^٢} \\ ٤\text{ب}^٢\text{د} - ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ + ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ - \text{ب}^٢\text{د}^٤ \\ \underline{٤\text{ب}^٢\text{د} - ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ + ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ - \text{ب}^٢\text{د}^٤} \\ ٠ \end{array}$$

ما هو الجذر المائي من

$$\begin{array}{r} \text{ب}^٢ - ٤\text{ب}^٢\text{د} + ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ - ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ + \text{ب}^٢\text{د}^٤ \\ \underline{\text{ب}^٢} \\ ٤\text{ب}^٢\text{د} - ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ + ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ - \text{ب}^٢\text{د}^٤ \\ \underline{٤\text{ب}^٢\text{د} - ٦\text{ب}^٢\text{د}^٢ + ٤\text{ب}^٢\text{د}^٣ - \text{ب}^٢\text{د}^٤} \\ ٠ \end{array}$$

ويجب هذه القاعدة تؤخذ جذور الاعداد ايضاً فتفرق القوات الى
محطات بدؤها من اليمين وعدد المنازل في كل منها (ما سوى الاخيرة)
يساوي دليل الجذر ويبدأ بالعمل من محطة اليسار لانها العليا وتفرق
الجذور المأخوذة الى عشرات واحاد مثلاً $85 = (80 + 5)$ و (110)
 $(5 + 10 + 100) =$

ما هو الجذر الرابع من

$$280 \mid 60 \cdot 97500 \cdot 625$$

$$^2 = (16$$

$$4 \times ^2 20 = 32000 \quad 4990750 \quad \text{الخارج 8}$$

$$^2 28 = \quad 71 \quad 4656$$

$$4 \times ^2 28 = 87808 \quad 450940 \quad \text{الخارج 5}$$

$$^2 280 = \quad 70 \quad 9750 \quad 625$$

.....

تري انه عوضاً عن $4 \times ^2 280$ اخذنا المقسوم عليه $4 \times ^2 28$ انما
صرفنا النظر عن الثلاثة الارقام الاخيرة 625 مقابل ثلاثة اصفار من المقسوم
عليه فقس على ذلك .

٤ التقييد على موجب شروط كمال الحدود (ويندرأ استعماله لغير المالي والكمي)

$$(ب + د) = ب^1 + 2 ب^2 د + د^2 = ب^1 + (2 ب + د) د$$

$$(ب + د) = ب^1 + (3 ب^2 + 3 ب د + د^2) د$$

$$(ب + د) = ب^1 + (4 ب^3 + 6 ب^2 د + 4 ب د^2 + د^3) د$$

فضلاً عن الشروط السابقة لئلا من عاته الامثلة ملاحظة اخرى ان ما

ومكذا في استخراج جذور الاعداد

$$125 \quad 10625$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 10 \times 3 = 30 \quad 106 \\ \hline 2 \text{ الخارج} \quad 44 \\ 2 \times 120 = 240 \quad 240 \\ \hline 5 \text{ الخارج} \quad 1225 \\ \hline \dots \end{array}$$

ونشف ما سبق يكون الجزء الثاني من الجذر الكعبي د

$$\frac{\text{الباقى}}{3 \times 100 + 3 \times 10 + 1} = \frac{3 \times 100 + 3 \times 10 + 1}{3 \times 100 + 3 \times 10 + 1} = 10$$

قاعدة الجذر الكعبي

- ١ استعلم الجزء الاول من الجذر واطرح مكعبه من الكمية الاصلية ثم اقسم الباقي على ثلاثة امثال مربعه فيخرج الجزء الثاني
- ٢ اضرب الجزء الثاني من الجذر في مجتمع (ثلاثة امثال مربع الاول + ثلاثة امثال حاصل الجزء الاول في الثاني + مربع الجزء الثاني) واطرح الحاصل من الباقي
- ٣ اقسم الباقي على ثلاثة امثال مربع الجذر الموجود فيخرج الجزء الثالث تصرف به كما سبق الى نهاية العمل

لأ- ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من
لأ

$$\left. \begin{aligned} ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من \\ ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من \\ ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من \end{aligned} \right\} = ٣ كأل من$$

الجمع في - ل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من ٣ كأل من

وقد ذلك استخراج جذور الاعداد الكمي

١٥٦ ٣٧٩٦ ٤١٦

١

$$\left. \begin{aligned} ٥ \times ١٠ \times ٣ = ٣٠٠ \\ ٥ \times ١٠ \times ٣ = ١٥٠ \\ ٥ \times ١٠ \times ٣ = ١٥٠ \\ ٥ \times ١٧٥ = ٨٧٥ \end{aligned} \right\} ٢٧٩٦$$

$$٥ \times ١٠ \times ٣ = ١٥٠$$

$$٥ \times ١٠ \times ٣ = ١٥٠$$

$$٥ \times ١٧٥ = ٨٧٥$$

$$٦ \times ١٥٠ \times ٣ = ٢٧٠٠ \quad ٤٢١٤١٦$$

$$٦ \times ١٥٠ \times ٣ = ٢٧٠٠$$

$$٦ = ٣٦$$

$$٦ \times ٧٠٢٣٦ = ٤٢١٤١٦$$

.....

(١٢١) ليكن المطاوع جذر د + ك وقد علم جذور القريب منه جذراً

نحسب (١٠٠) $\left(\frac{د}{د} + \frac{د}{د} \right)$ د + د + ك د وجذورها النوني (١٠٥)

$2 + \frac{d}{n} = d : (d + k) = \frac{1}{d} : \frac{1}{d+k}$ وبقسمة الزوج الاول على د (١٠٨)

$1 + \frac{d}{n} = 1 : \frac{1}{d+k} = \frac{1}{d} : \frac{1}{d+k}$ وحسب (١٠٤)

$$\frac{1}{d} : \frac{1}{d+k} = \frac{1}{d} : \frac{1}{d+k} = \frac{1}{d} : \frac{1}{d+k}$$

فلما هذه القاعدة لاستخراج جذور الاعداد التقريبي

خذ جذر المعطيين الآخرين واخرج مرفاد من العدد المفروض (وما بقي ك)
اقسم الباقي على حاصل اسم الجذر في مرقى الجذر الموجود الى قوة دليلها
اقل من دليل الجذر الواحد واظف الخارج الى الجذر الموجود فيكون ذلك
جذر العدد المطلوب على التقريب

$$31.0432 = \frac{5.7789}{31 \times 2} + 31 \text{ اي } 961 = 9.63.7789$$

ولو فرض العدد كله صحيحاً وجب تقديم الفاصلة منازل قدر المعطيات الباقية

$$12 = 1728 \text{ اي } 1728 \text{ } 231 \text{ } 587 / 93 \text{ } 216$$

$$12 = 1728 \text{ اي } 1728 \text{ } 231 \text{ } 587 / 93 \text{ } 216$$

تكن الجذر $12.000.54298$ فراجع العمل بالقاعدة الاصلية

$$12.000.54298 = 12.000.54298$$

$$12.000.54298 = 12.000.54298$$

$$12.000.54298 = 12.000.54298$$

تمهيد

- (١) جذر جذر - ٢٧ د ، ٨ دس ، ٦٤ م ف الكمي
 (٤) ، ، ٤ دس ، ٢٥ د م ، ١٢ د ن المالي
 (٧) ، ، ١٦ م ن ، ٨١ ب ف ، ١٦ د الرابع
 (١٠) ، ، ٣٣ م ف ، ٢٤٣ ن ف ، ٢٧ م ن الخامس
 (١١) ، ، ٤ دس المالي (١٢) ، ٢٣ ب ن الخامس
 ٩ م ن ، ٢٤٣ ب د
 (١٣) ، ، ٥ ب السادس (١٤) ، ٨ د الكمي
 ٦٤ ف ، ٢٧ ب م
 (١٥) ، ، ٢٧ ف النوني (١٦) ، د اثني

أكتب بهيئة الجذر أو الداليل الكمري

- (١٧) جذر ب - من المالي (١٨) جذر ا ب + م الكمي
 (١٩) جذر (د - ف + م) الرابع (٢٠) جذر ا س - ف د النوني
 (٢١) أبسط الجذر المالي من ت ع ب اي (ت + ب)
 (٢٢) ، ، الكمي من (ف + د)
 (٢٣) ، ، الخامس من (ب - د)
 (٢٤) ، ، الرابع من (١ - ف) و (٢٥) من (ت - ي)
 (٢٦) أبسط م ت + ك او (ت + ك) ، (١ - ك)

جذر بالطريقة الثالثة

- (٢٧) ما هو الجذر المالي من ن - ٢ ن - ٢ ن
 (٢٨) ، ، الكمي من د + ٣ د ب + ٣ دس + ٦ د ب س

- (٢٩) الرابع من ١٦م — ٩٦م ك + ٢١٦م ك + ٢١٦م ك + ٢١٦م ك + ١٦ + ٨١ ك + ف + ٨ ف + ٢٤ ف + ٣٢ ف + ١٦ +
- (٣٠) الخامس من ك + ١٥ ك + ٩٠ ك + ٢٧٠ ك + ٤٠٥ ك + ٢٤٣ ك +
- (٣١) السادس من ٧٢٩ ك + ٢٩١٦ ك + ٤٨٦٠ ك + ٤٣٢٠ ك + ٢١٦٠ ك + ٥٧٦ ك + ١٦٤ ك +
- (٣٢) ما هو الجذر المالي من ب + ٤ب + ٤ب + ٤ب + ٤ب — ٤ب — ٨س + ٤ +
- (٣٣) الكمي من ف — ٦ف + ١٥ف — ٢٠ف + ١٥ف +
- ٦ف + ١ —
- (٣٤) الخامس من م + ٥م + ١٠م + ١٠م + ٥م + ١ +
- خذ بالطريقة الرابعة
- (٣٨) الجذر المالي من ١ — ٤د + ٤د + ٢س — ٤دس + س +
- (٣٩) ٥ + ٥٢د + ٥٢د + ٥٢دس + ٢دس + س +
- (٤٠) ٤ف — ١٢ف + ٩س + ١٦ف — ٢٤س + ب +
- ١٦ ب +
- (٤١) ٤م — ٤م + ١٣م — ٦م + ٩ +
- (٤٢) الكمي من د — ٦د + ١٢د — ٨ب +
- (٤٣) ب + ٣ب — ٣ب — ١١ب + ٦ب + ١٢ب — ٨ +
- (٤٤) ٨ ك — ١٢ك + ٦ك — ٥ +
- (٤٥) ك — ٣ك + ٣ك — ٣ك — ٢ب +
- ٣٣٥٥٤٤٣٢ ٤٨٣٢٤٩ ٧٢٣٥

الباب السابع

في الكميات الجذرية

(١٢٢) الكميات اما منطقة تماماً وهي ما لم تقيد بإشارة الجذر او الدليل الكسري واما منطقة بهيئة صماء وهي الكميات الجذرية او ذات الدليل الكسري التي يمكن اخذ جذورها تماماً واما صماء حقيقية وهي الكميات الجذرية او ذات الدليل الكسري التي لا يمكن اخذ جذورها تماماً
مثال المنطقة ٢ (ب - س) ٤ د ٥ (ب + س) ومثال المنطقة بهيئة صماء ٤ اي ٢ ٨ د اي ٢ (ب - ٢ ب س + س) اي ب - س
مثال الصماء ٢ ٢ ٢ ٢ ب ٢ (ب - س) ١ د - ب ٢

الفصل الاول

في تحويل المعادلات الجذرية

(١٢٣) مرتبك ان الدليل الكسري يراد بصورته دليل القوة ومخرجه دليل الجذر (١١٦) وان ترقية الكمية بضرب الدليل وتجزئتها بقسمته وتبا ان قيمة الكسر لا تختلف بضرب ركنيه في عدد واحد يمكن تحويل الكميات الجذرية من هيئة الى اخرى بالقاعدة الآتية

رق الكمية الى قوة وجذورها من دليل يمثليها

وكيفية العمل حسبما ذكر في ان تضرب دليل القوة ودليل الجذر بكمية واحدة او تقسمها معاً على كمية واحدة حتى يساوي دليل الجذر الدليل المطلوب وعليه حول الى هيئة

الجذر التالي	الكمي	المعي	ضع بهيئة
$2 = 2^2$ اي ٤	$2^2 = 4$	$2^2 = 4$	الخامس
$3 = 3^2$	$3^2 = 9$	$3^2 = 9$	الرابع
$4 = 4^2$	$4^2 = 16$	$4^2 = 16$	السادس
$5 = 5^2$	$5^2 = 25$	$5^2 = 25$	السابع
$6 = 6^2$	$6^2 = 36$	$6^2 = 36$	الثالث
$7 = 7^2$	$7^2 = 49$	$7^2 = 49$	
$8 = 8^2$	$8^2 = 64$	$8^2 = 64$	
$9 = 9^2$	$9^2 = 81$	$9^2 = 81$	
$10 = 10^2$	$10^2 = 100$	$10^2 = 100$	
$11 = 11^2$	$11^2 = 121$	$11^2 = 121$	
$12 = 12^2$	$12^2 = 144$	$12^2 = 144$	
$13 = 13^2$	$13^2 = 169$	$13^2 = 169$	
$14 = 14^2$	$14^2 = 196$	$14^2 = 196$	
$15 = 15^2$	$15^2 = 225$	$15^2 = 225$	
$16 = 16^2$	$16^2 = 256$	$16^2 = 256$	
$17 = 17^2$	$17^2 = 289$	$17^2 = 289$	
$18 = 18^2$	$18^2 = 324$	$18^2 = 324$	
$19 = 19^2$	$19^2 = 361$	$19^2 = 361$	
$20 = 20^2$	$20^2 = 400$	$20^2 = 400$	

نتيجة ١ - يمكن تحويل عدة كميات الى دليل جذر مشترك بضمين
بإستعمال المخرج المشترك للدلائل الكسرية او دلائل الجذور

$2 = 2^2$	$3 = 3^2$	$4 = 4^2$	$5 = 5^2$	$6 = 6^2$	$7 = 7^2$	$8 = 8^2$	$9 = 9^2$	$10 = 10^2$	$11 = 11^2$	$12 = 12^2$	$13 = 13^2$	$14 = 14^2$	$15 = 15^2$	$16 = 16^2$	$17 = 17^2$	$18 = 18^2$	$19 = 19^2$	$20 = 20^2$
-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------	-------------

نتيجة ٢ - رأيت ان ضلعين من جذر واحد يحصران معا بإشارة
الجذر لان جذر حاصل عدة كميات يساوي حاصل جذورها (١١٨) اي
 $2 = 2^2$ $3 = 3^2$ $4 = 4^2$ $5 = 5^2$ $6 = 6^2$ $7 = 7^2$ $8 = 8^2$ $9 = 9^2$ $10 = 10^2$ $11 = 11^2$ $12 = 12^2$ $13 = 13^2$ $14 = 14^2$ $15 = 15^2$ $16 = 16^2$ $17 = 17^2$ $18 = 18^2$ $19 = 19^2$ $20 = 20^2$
علامة جذر واحدة

الفصل الثاني

في جمع الكميات الجذرية

(١٢٥) الكميات الجذرية اما ان تكون متشابهة اصلاً واما ان تحول الى كميات متشابهة باخراج بعضها من تحت علامة الجذر فتجمع وتصلح نظير باقي الحدود المتشابهة يجمع مسمياتها . مثلاً

٢ ^٢ م	٢ب ٣ ^٢ (س-ب)	٢ب س ٢ ^٢ ا د-٥
٣ ^٢ م	٣ب ٣ ^٢ (س-ب)	— ب س ٢ ^٢ (د-٥)
٤ ^٢ م	٨ب ٣ ^٢ (س-ب)	— ٦ب س ٢ ^٢ (د-٥)
المجموع	٧ب ٣ ^٢ (س-ب)	— ٥ب س ٢ ^٢ (د-٥)

١٨ ^٢ د = ٢٢ ^٢ د	٢ب-س-ب-ب-س
٣٢ ^٢ د = ٤ ^٢ د	٢س-ب-س-ب-س
المجموع (٢٣ ^٢ د + ٤ ^٢ د)	(٢س-ب-س-ب-س)

٤ب ٢ ^٢ ب د	— ٤ب ٢ ^٢ ب د	— ٤ب ٢ ^٢ ب د
د ٨ ^٢ ب د	— د ٨ ^٢ ب د	— ٢ب ٢ ^٢ ب د
— ٢٥ ^٢ ا د	— ٢٥ ^٢ ا ب د	— ٢٥ ^٢ ب د
المجموع	٢٥ ^٢ ب د	٢٥ ^٢ ب د

اما باقي الحدود الجذرية الغير المتشابهة التي تختلف بالكميات او دلالات القوت او دلالات الجذور فتجمع كميات الحدود البسيطة فتربط بعلاماتها انما لا يمكن اصلاحها

٢٥ ^٢ ب د + ٢٥ ^٢ ب د	٢٣ ^٢ د + ٤ ^٢ د	٢٣ ^٢ ب د
---	--------------------------------------	---------------------

الفصل الثالث

في طرح الكميات الجذرية

(١٢٦) تطرح الكميات الجذرية نظير غيرها بابدال علامة للطروح ثم
جمعه الى المطروح منه كما سبق

من	$\sqrt{3}$ د ف	—	$\sqrt{16}$ ب + $\sqrt{9}$ س ا	$\sqrt{5}$ هـ
اطرح	$\sqrt{3}$ د ف	—	$\sqrt{16}$ ب + $\sqrt{9}$ س ا	$\sqrt{2}$ ح
الباقى	$\sqrt{4}$ د ف	—	$\sqrt{16}$ ب + $\sqrt{9}$ س ا	$\sqrt{3}$ ح

من $\sqrt{75} = \sqrt{3} \times 5 = \sqrt{16} \times 3 = 4 \sqrt{3}$ ا ت ك

اطرح $\sqrt{48} = \sqrt{3} \times 4 = \sqrt{16} \times 3 = 4 \sqrt{3}$ ا ت ك

الباقى $\sqrt{3}$ ا ت ك

من $\sqrt{4} \times 4 = 4 \sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$ ا ت ك

اطرح $\sqrt{5} \times 5 = 5 \sqrt{5} = 5 \times 2 = 10$ ا ت ك

الباقى $\sqrt{5}$ ا ت ك

من $\sqrt{3} \times 3 = 3 \sqrt{3} = 3 \times 2 = 6$ ا ت ك

اطرح $\sqrt{4} \times 4 = 4 \sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$ ا ت ك

الباقى $\sqrt{4} = 2$ ا ت ك

الفصل الرابع

في ضرب الكليات الجذرية

(١٢٧) وسط بين الكليات علامة الضرب ثم ادخلها تحت إشارة جذر

واحدة اذا اردت حسابا مر

$$\overline{اب} \times \overline{ما} = \overline{ما} \overline{اب} \quad \overline{د} \overline{ما} = \overline{ما} \overline{د} \quad \overline{ما} \overline{د} = \overline{ما} \overline{د} \quad \overline{ما} \overline{د} = \overline{ما} \overline{د}$$

وذلك لا يختلف بشي عن ضرب الكليات ذات المسمى الكسري لان

$$\overline{ب} \overline{د} \times \overline{د} = \overline{ب} \overline{د} \overline{د} \quad \overline{د} \times \overline{د} = \overline{د} \overline{د} \quad \overline{د} \times \overline{د} = \overline{د} \overline{د} \quad \overline{د} \times \overline{د} = \overline{د} \overline{د}$$

$$\overline{اب} \overline{د} = \overline{اب} \overline{د} \quad \overline{اب} \overline{د} = \overline{اب} \overline{د} \quad \overline{اب} \overline{د} = \overline{اب} \overline{د} \quad \overline{اب} \overline{د} = \overline{اب} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

(١٢٨) اذا كانت الكليات الجذرية ذات مسميات بقضبي ضربها

وكثابة حاصلها اعلم حاصل الكليات الجذرية

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

$$\overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} \quad \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د} = \overline{١٢} \overline{ك} \overline{د}$$

(١٢٩) اذا كان احد المضروبين او كلاهما مركبا فاضرب كل جزء من

المضروب في كل جزء من المضروب فيه كما مر في ضرب الكليات البسيطة

$$(\text{أب} + \text{أد}) \times \text{أ} = \text{أ}^2 + \text{أب}^2 + \text{أد}^2$$

$$(\text{أ} + \text{أف}) \times \text{أ} = \text{أ}^2 + \text{أف}^2 + \text{أد}^2$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^2 + \text{أ}^3) \times \text{أ} = \text{أ}^2 + \text{أ}^3 + \text{أ}^4 + \text{أ}^5 + \text{أ}^6 + \text{أ}^7 + \text{أ}^8 + \text{أ}^9 + \text{أ}^{10}$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^2 + \text{أ}^3) \times \text{أ} = \text{أ}^2 + \text{أ}^3 + \text{أ}^4 + \text{أ}^5 + \text{أ}^6 + \text{أ}^7 + \text{أ}^8 + \text{أ}^9 + \text{أ}^{10}$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^2) \times (\text{أ} - \text{أ}^2) = \text{أ}^2 - \text{أ}^4$$

(١٣٠) ما مر من النظريات في ضرب الكليات البسيطة يصدق على الكليات

الجذرية أيضاً كما ترى من الأمثلة الآتية

$$(\text{أ} + \text{أ}^2) \times (\text{أ} - \text{أ}^2) = \text{أ}^2 - \text{أ}^4$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^3) \times (\text{أ} - \text{أ}^3) = \text{أ}^2 - \text{أ}^6$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^4) \times (\text{أ} - \text{أ}^4) = \text{أ}^2 - \text{أ}^8$$

$$(\text{أ} + \text{أ}^5) \times (\text{أ} - \text{أ}^5) = \text{أ}^2 - \text{أ}^{10}$$

ملاحظة: ترى من المثال الأخير أن كمية بسيطة نظير د تقبل إلى ضامتين

$$\text{ها} \text{أ} \text{ب} = \text{أ}^2 - \text{أ}^4 \text{أ} \text{ب} = \text{أ}^2 - \text{أ}^6$$

الفصل الخامس

في قسم الكليات الجذرية

(١٣١) يدل على قسم الكليات الجذرية أيضاً بوضع المقسوم على المقسوم

عليه هيئة كسر دارج

$$\frac{\text{أ}^2}{\text{أ}^3} = \frac{\text{أ}^2}{\text{أ}^3} \text{ وهكذا } \frac{\text{أ}^2}{\text{أ}^3} = \frac{\text{أ}^2}{\text{أ}^3}$$

أما القسمة بالعمل فتم هكذا

حول المقسومين إلى دليل جذر مشترك إذا لم ثم أقسم بجذور المقسوم

عليه	المقسوم	الخارج
$1 - 2^2$	$1 - 2^2$	$1 + 2^2$
$2^2 - 4^2$	$2^2 - 4^2$	$2^2 + 4^2$
$4^2 - 8^2$	$4^2 - 8^2$	$4^2 + 8^2$
$8^2 - 16^2$	$8^2 - 16^2$	$8^2 + 16^2$
$16^2 - 32^2$	$16^2 - 32^2$	$16^2 + 32^2$
$32^2 - 64^2$	$32^2 - 64^2$	$32^2 + 64^2$
$64^2 - 128^2$	$64^2 - 128^2$	$64^2 + 128^2$
$128^2 - 256^2$	$128^2 - 256^2$	$128^2 + 256^2$
$256^2 - 512^2$	$256^2 - 512^2$	$256^2 + 512^2$
$512^2 - 1024^2$	$512^2 - 1024^2$	$512^2 + 1024^2$
$1024^2 - 2048^2$	$1024^2 - 2048^2$	$1024^2 + 2048^2$
$2048^2 - 4096^2$	$2048^2 - 4096^2$	$2048^2 + 4096^2$
$4096^2 - 8192^2$	$4096^2 - 8192^2$	$4096^2 + 8192^2$
$8192^2 - 16384^2$	$8192^2 - 16384^2$	$8192^2 + 16384^2$
$16384^2 - 32768^2$	$16384^2 - 32768^2$	$16384^2 + 32768^2$
$32768^2 - 65536^2$	$32768^2 - 65536^2$	$32768^2 + 65536^2$
$65536^2 - 131072^2$	$65536^2 - 131072^2$	$65536^2 + 131072^2$
$131072^2 - 262144^2$	$131072^2 - 262144^2$	$131072^2 + 262144^2$
$262144^2 - 524288^2$	$262144^2 - 524288^2$	$262144^2 + 524288^2$
$524288^2 - 1048576^2$	$524288^2 - 1048576^2$	$524288^2 + 1048576^2$
$1048576^2 - 2097152^2$	$1048576^2 - 2097152^2$	$1048576^2 + 2097152^2$
$2097152^2 - 4194304^2$	$2097152^2 - 4194304^2$	$2097152^2 + 4194304^2$
$4194304^2 - 8388608^2$	$4194304^2 - 8388608^2$	$4194304^2 + 8388608^2$
$8388608^2 - 16777216^2$	$8388608^2 - 16777216^2$	$8388608^2 + 16777216^2$
$16777216^2 - 33554432^2$	$16777216^2 - 33554432^2$	$16777216^2 + 33554432^2$
$33554432^2 - 67108864^2$	$33554432^2 - 67108864^2$	$33554432^2 + 67108864^2$
$67108864^2 - 134217728^2$	$67108864^2 - 134217728^2$	$67108864^2 + 134217728^2$
$134217728^2 - 268435456^2$	$134217728^2 - 268435456^2$	$134217728^2 + 268435456^2$
$268435456^2 - 536870912^2$	$268435456^2 - 536870912^2$	$268435456^2 + 536870912^2$
$536870912^2 - 1073741824^2$	$536870912^2 - 1073741824^2$	$536870912^2 + 1073741824^2$
$1073741824^2 - 2147483648^2$	$1073741824^2 - 2147483648^2$	$1073741824^2 + 2147483648^2$
$2147483648^2 - 4294967296^2$	$2147483648^2 - 4294967296^2$	$2147483648^2 + 4294967296^2$
$4294967296^2 - 8589934592^2$	$4294967296^2 - 8589934592^2$	$4294967296^2 + 8589934592^2$
$8589934592^2 - 17179869184^2$	$8589934592^2 - 17179869184^2$	$8589934592^2 + 17179869184^2$
$17179869184^2 - 34359738368^2$	$17179869184^2 - 34359738368^2$	$17179869184^2 + 34359738368^2$
$34359738368^2 - 68719476736^2$	$34359738368^2 - 68719476736^2$	$34359738368^2 + 68719476736^2$
$68719476736^2 - 137438953472^2$	$68719476736^2 - 137438953472^2$	$68719476736^2 + 137438953472^2$
$137438953472^2 - 274877906944^2$	$137438953472^2 - 274877906944^2$	$137438953472^2 + 274877906944^2$
$274877906944^2 - 549755813888^2$	$274877906944^2 - 549755813888^2$	$274877906944^2 + 549755813888^2$
$549755813888^2 - 1099511627776^2$	$549755813888^2 - 1099511627776^2$	$549755813888^2 + 1099511627776^2$
$1099511627776^2 - 2199023255552^2$	$1099511627776^2 - 2199023255552^2$	$1099511627776^2 + 2199023255552^2$
$2199023255552^2 - 4398046511104^2$	$2199023255552^2 - 4398046511104^2$	$2199023255552^2 + 4398046511104^2$
$4398046511104^2 - 8796093022208^2$	$4398046511104^2 - 8796093022208^2$	$4398046511104^2 + 8796093022208^2$
$8796093022208^2 - 17592186044416^2$	$8796093022208^2 - 17592186044416^2$	$8796093022208^2 + 17592186044416^2$
$17592186044416^2 - 35184372088832^2$	$17592186044416^2 - 35184372088832^2$	$17592186044416^2 + 35184372088832^2$
$35184372088832^2 - 70368744177664^2$	$35184372088832^2 - 70368744177664^2$	$35184372088832^2 + 70368744177664^2$
$70368744177664^2 - 140737488355328^2$	$70368744177664^2 - 140737488355328^2$	$70368744177664^2 + 140737488355328^2$
$140737488355328^2 - 281474976710656^2$	$140737488355328^2 - 281474976710656^2$	$140737488355328^2 + 281474976710656^2$
$281474976710656^2 - 562949953421312^2$	$281474976710656^2 - 562949953421312^2$	$281474976710656^2 + 562949953421312^2$
$562949953421312^2 - 1125899906842624^2$	$562949953421312^2 - 1125899906842624^2$	$562949953421312^2 + 1125899906842624^2$
$1125899906842624^2 - 2251799813685248^2$	$1125899906842624^2 - 2251799813685248^2$	$1125899906842624^2 + 2251799813685248^2$
$2251799813685248^2 - 4503599627370496^2$	$2251799813685248^2 - 4503599627370496^2$	$2251799813685248^2 + 4503599627370496^2$
$4503599627370496^2 - 9007199254740992^2$	$4503599627370496^2 - 9007199254740992^2$	$4503599627370496^2 + 9007199254740992^2$
$9007199254740992^2 - 18014398509481984^2$	$9007199254740992^2 - 18014398509481984^2$	$9007199254740992^2 + 18014398509481984^2$
$18014398509481984^2 - 36028797018963968^2$	$18014398509481984^2 - 36028797018963968^2$	$18014398509481984^2 + 36028797018963968^2$
$36028797018963968^2 - 72057594037927936^2$	$36028797018963968^2 - 72057594037927936^2$	$36028797018963968^2 + 72057594037927936^2$
$72057594037927936^2 - 144115188075855872^2$	$72057594037927936^2 - 144115188075855872^2$	$72057594037927936^2 + 144115188075855872^2$
$144115188075855872^2 - 288230376151711744^2$	$144115188075855872^2 - 288230376151711744^2$	$144115188075855872^2 + 288230376151711744^2$
$288230376151711744^2 - 576460752303423488^2$	$288230376151711744^2 - 576460752303423488^2$	$288230376151711744^2 + 576460752303423488^2$
$576460752303423488^2 - 1152921504606846976^2$	$576460752303423488^2 - 1152921504606846976^2$	$576460752303423488^2 + 1152921504606846976^2$
$1152921504606846976^2 - 2305843009213693952^2$	$1152921504606846976^2 - 2305843009213693952^2$	$1152921504606846976^2 + 2305843009213693952^2$
$2305843009213693952^2 - 4611686018427387904^2$	$2305843009213693952^2 - 4611686018427387904^2$	$2305843009213693952^2 + 4611686018427387904^2$
$4611686018427387904^2 - 9223372036854775808^2$	$4611686018427387904^2 - 9223372036854775808^2$	$4611686018427387904^2 + 9223372036854775808^2$
$9223372036854775808^2 - 18446744073709551616^2$	$9223372036854775808^2 - 18446744073709551616^2$	$9223372036854775808^2 + 18446744073709551616^2$
$18446744073709551616^2 - 36893488147419103232^2$	$18446744073709551616^2 - 36893488147419103232^2$	$18446744073709551616^2 + 36893488147419103232^2$
$36893488147419103232^2 - 73786976294838206464^2$	$36893488147419103232^2 - 73786976294838206464^2$	$36893488147419103232^2 + 73786976294838206464^2$
$73786976294838206464^2 - 147573952589676412928^2$	$73786976294838206464^2 - 147573952589676412928^2$	$73786976294838206464^2 + 147573952589676412928^2$
$147573952589676412928^2 - 295147905179352825856^2$	$147573952589676412928^2 - 295147905179352825856^2$	$147573952589676412928^2 + 295147905179352825856^2$
$295147905179352825856^2 - 590295810358705651712^2$	$295147905179352825856^2 - 590295810358705651712^2$	$295147905179352825856^2 + 590295810358705651712^2$
$590295810358705651712^2 - 1180591620717411303424^2$	$590295810358705651712^2 - 1180591620717411303424^2$	$590295810358705651712^2 + 1180591620717411303424^2$
$1180591620717411303424^2 - 2361183241434822606848^2$	$1180591620717411303424^2 - 2361183241434822606848^2$	$1180591620717411303424^2 + 2361183241434822606848^2$
$2361183241434822606848^2 - 4722366482869645213696^2$	$2361183241434822606848^2 - 4722366482869645213696^2$	$2361183241434822606848^2 + 4722366482869645213696^2$
$4722366482869645213696^2 - 9444732965739290427392^2$	$4722366482869645213696^2 - 9444732965739290427392^2$	$4722366482869645213696^2 + 9444732965739290427392^2$
$9444732965739290427392^2 - 18889465931478580854784^2$	$9444732965739290427392^2 - 18889465931478580854784^2$	$9444732965739290427392^2 + 18889465931478580854784^2$
$18889465931478580854784^2 - 37778931862957161709568^2$	$18889465931478580854784^2 - 37778931862957161709568^2$	$18889465931478580854784^2 + 37778931862957161709568^2$
$37778931862957161709568^2 - 75557863725914323419136^2$	$37778931862957161709568^2 - 75557863725914323419136^2$	$37778931862957161709568^2 + 75557863725914323419136^2$
$75557863725914323419136^2 - 151115727451828646838272^2$	$75557863725914323419136^2 - 151115727451828646838272^2$	$75557863725914323419136^2 + 151115727451828646838272^2$
$151115727451828646838272^2 - 302231454903657293676544^2$	$151115727451828646838272^2 - 302231454903657293676544^2$	$151115727451828646838272^2 + 302231454903657293676544^2$
$302231454903657293676544^2 - 604462909807314587353088^2$	$302231454903657293676544^2 - 604462909807314587353088^2$	$302231454903657293676544^2 + 604462909807314587353088^2$
$604462909807314587353088^2 - 1208925819614629174706176^2$	$604462909807314587353088^2 - 1208925819614629174706176^2$	$604462909807314587353088^2 + 1208925819614629174706176^2$
$1208925819614629174706176^2 - 2417851639229258349412352^2$	$1208925819614629174706176^2 - 2417851639229258349412352^2$	$1208925819614629174706176^2 + 2417851639229258349412352^2$
$2417851639229258349412352^2 - 4835703278458516698824704^2$	$2417851639229258349412352^2 - 4835703278458516698824704^2$	$2417851639229258349412352^2 + 4835703278458516698824704^2$
$4835703278458516698824704^2 - 9671406556917033397649408^2$	$4835703278458516698824704^2 - 9671406556917033397649408^2$	$4835703278458516698824704^2 + 9671406556917033397649408^2$
$9671406556917033397649408^2 - 19342813113834066795298816^2$	$9671406556917033397649408^2 - 19342813113834066795298816^2$	$9671406556917033397649408^2 + 19342813113834066795298816^2$
$19342813113834066795298816^2 - 38685626227668133590597632^2$	$19342813113834066795298816^2 - 38685626227668133590597632^2$	$19342813113834066795298816^2 + 38685626227668133590597632^2$
$38685626227668133590597632^2 - 77371252455336267181195264^2$	$38685626227668133590597632^2 - 77371252455336267181195264^2$	$38685626227668133590597632^2 + 77371252455336267181195264^2$
$77371252455336267181195264^2 - 154742504910672534362390528^2$	$77371252455336267181195264^2 - 154742504910672534362390528^2$	$77371252455336267181195264^2 + 154742504910672534362390528^2$
$154742504910672534362390528^2 - 309485009821345068724781056^2$	$154742504910672534362390528^2 - 309485009821345068724781056^2$	$154742504910672534362390528^2 + 309485009821345068724781056^2$
$309485009821345068724781056^2 - 618970019642690137449562112^2$	$309485009821345068724781056^2 - 618970019642690137449562112^2$	$309485009821345068724781056^2 + 61897001$

أخيرة كل كمية جذرية تترقى الى قوة من اسم الجذر تصير متطرفة
ترفع عنها علامة الجذر

$$(أ ب) = ب (أ ب) = (أ ب) = ب -- د$$

اما الكميات الجذرية المركبة تترقى بالضرب او البسط نظير باقي الكميات
(أ ب د) = (أ ب) د = (أ ب) د = د

$$(أ ب م) = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$(أ ب ث) = (أ ب) ث = (أ ب) ث = ب + ث$$

$$(أ ب ث د) = (أ ب) د = (أ ب) د = ب + ث + د$$

$$(أ ب م) = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$(أ ب د) = (أ ب) د = (أ ب) د = ب + د$$

$$(أ ب م) = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$(أ ب م) = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

الفصل السابع

في تحليل الكميات الجذرية

(١٣٣) تجذر الكميات الجذرية بقسمة دلال قوائها على دليل الجذر

القطر او ضرب دليل الجذر الاصل فيه مثلاً الجذر الكمي من

$$أ ب ث = (أ ب) ث = (أ ب) ث = م + ن$$

$$أ ب م = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$أ ب د = (أ ب) د = (أ ب) د = ب + د$$

اما الكميات الجذرية المركبة فتجذر كذا الكميات بموجب قواعد

$$أ ب م = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$أ ب م = (أ ب) م = (أ ب) م = م + ن$$

$$\begin{aligned} \text{ما ب} - \text{ما ن} &= (\text{ما ب} - \text{ما ن}) \text{ وتقدر مثل (ب ا - ن ا)} \\ \text{اولاً (د - ه) = ا} &= \text{د ا} - \text{ه ا} - \text{د ا} - \text{ه ا} \text{ ثم بالتعويض} \\ (\text{ما ب} - \text{ما ن}) &= \text{ب ا} - \text{ن ا} - \text{ب ا} - \text{ن ا} \\ &= \text{ما ب} - \text{ما ن} - \text{ما ب} - \text{ما ن} \end{aligned}$$

الجذر الرابع من

$$\begin{aligned} \text{ا ب}^4 - \text{ب}^2 \text{ا}^2 + \text{ا}^2 \text{ب}^2 - \text{ا ب}^4 &= \text{ا}^2 \text{ب}^2 - \text{ا}^2 \text{ب}^2 \\ \text{ا ب}^4 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ا ب}^4 &= \text{ا}^2 \text{ب}^2 - \text{ا}^2 \text{ب}^2 \\ \text{ا ب}^4 - \text{ب}^2 \text{ا}^2 + \text{ا}^2 \text{ب}^2 - \text{ا ب}^4 &= \text{ا}^2 \text{ب}^2 - \text{ا}^2 \text{ب}^2 \end{aligned}$$

(١٣٤) في تجذير كمية ثنائية منها نظير ٧ - ٣٢ لنا ايضاً قاعدة
اخرى مبنية على ان مربع كمية ثنائية عبارة عن ثلاثة حدود فالحد المنطق
عبارة عن مجتمع جزئين ونصف الاخر عبارة عن حاصل جذريهما وهي
فرق الحد المنطق الى جزئين حاصلهما مربع نصف الحد الاوسط
مثلاً $١١ + ٣٠ \sqrt{٢} = ٦ + ٦ + ٢ + ٦ \times ١٦ \sqrt{٢} + ١٦$
وبالتجذير $٣٠ \sqrt{٢} + ١١ = ٦ + ٦ + ٢ + ٦ \times ١٦ \sqrt{٢} + ١٦$

كذا جذر ٧ - ٣٢ فرق ٧ الى جزئين مربعي ٣ و ٤
 $٣ + ٤ = ٧$ فالجذر الثاني منها $٣ + ٤ = ٧$
كذا جذر ٧ - ٣٢ فرق ٧ الى جزئين مربعي ٥ و ٢
 $٥ + ٢ = ٧$ فالجذر الثاني منها $٥ + ٢ = ٧$
حد $٢٢ + ٨ \sqrt{٢}$ نصف الحد الاوسط $٦ \sqrt{٢}$ ومربعه ٩٦
 $٦ \sqrt{٢} + ٩ = ٦ + ٦ \times ١٦ \sqrt{٢} + ١٦$

كذا جذر $a + b$ فرق a الى جزئين

$$\text{ولكن } \frac{1}{2}(a + b) + \frac{1}{2}(a - b) = a$$

$$a + b = \frac{1}{2}(a + b) + \frac{1}{2}(a - b) + \frac{1}{2}(a + b)$$

ولكى يتبع ان تكون مربع كمية ثالثة يجب ان يعدل الاوسط مضاعف

$$\text{جذري الطرفين اي } \sqrt{a + b} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + b) + \frac{1}{2}(a - b)} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + b)} \sqrt{\frac{1}{2}(a - b) + 1}$$

بتربيع الطرفين $b = a - k$ اي $k = a - b$ فبالنعويض

$$a + b = \sqrt{a + b} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + b) + \frac{1}{2}(a - b)} + \sqrt{\frac{1}{2}(a + b)}$$

$$\text{بالتعويض } \sqrt{a + b} = \sqrt{\frac{1}{2}(a + b)} + \sqrt{\frac{1}{2}(a - b)}$$

$$\text{فقس عليه } 2 \times 8 \times 8 = b \quad 18 = a \quad 2^2 \times 8 + 18 = a$$

$$\text{جذرها } \sqrt{\frac{128 - 324}{2} - 18} = \sqrt{\frac{128 - 324}{2} + 18}$$

اي 116 ± 2 كما يتضح من التفريق ١٨ الى ١٦ - ٢ كما سبق

الفصل الثامن

في تحويل الكميات الصماء الى منطقة

كثيراً ما يقتضي العمل بالكميات الجذرية الكسرية الى صورة تخلص

منها بتحويل خارجها غالباً او صورها الى كميات منطقة كما يأتي

(١٣٥) تحويل حد اسم الى منطوق - - - - - يحول الحد الاصح الى منطوق

بضربه في حد اخر اسم بمثله في المقدار ودليل الجذر اثنا دليل فوته

يساوي فضلة دليل القوة ودليل الجذر من الحد المقروض

$$\overline{م} \times \overline{ك} = \overline{مك} \quad \overline{م} \times \overline{س} = \overline{مس} \quad \overline{س} = \overline{مس} \div \overline{م}$$

$$\overline{م} \times \overline{ب} = \overline{مب} \quad \overline{م} \times \overline{ك} = \overline{مك}$$

$$\overline{م} \div (\overline{د} - \overline{س}) = \overline{م} \div (\overline{د} - \overline{س})$$

(١٣٦) تحويل عبارة ثالثة ليس فيها الا الجذر المالي الى منطقة .

في الكليات الجذرية ايضا حاصل مجموع حدين في فضلتها يساوي فضلة

مربعيهما ومربع الجذر المالي منطبق فلنا هذه القاعدة

انقلب مجموع الحدين في فضلتها او بالعكس فنحصل عبارة منطقة

$$(\overline{ب} + \overline{د}) \div \overline{اب} = \overline{د} - \overline{ب}$$

$$(\overline{م} - \overline{س}) \div (\overline{م} + \overline{ب}) = \overline{س} - \overline{ب}$$

$$(\overline{م} - \overline{م} + \overline{ن}) \div (\overline{م} + \overline{م} + \overline{ن}) = \overline{م} - \overline{م} + \overline{ن} = \overline{ن}$$

$$(\overline{م} + \overline{د} - \overline{د}) \div (\overline{م} - \overline{م} - \overline{د}) = \overline{م} - \overline{م} - \overline{د} = \overline{د} - \overline{د} = \overline{ص}$$

(١٣٧) تحويل عبارة من ثلاثة حدود ليس فيها الا الجذر المالي الى

منطقة . لنا في ذلك ذات القاعدة . اعتبر حدين منها حداً واحداً

او اخرهما في اخرى تشابهها تماماً بعد ابدال اثنائي حدين منها فويبقى

حد اسم يحول بعد ذلك

$$(\overline{ب} + \overline{م} - \overline{ن}) \div (\overline{ب} - \overline{م} - \overline{ن}) = \overline{ب} - \overline{م} - \overline{ن}$$

$$(\overline{ب} - \overline{م} - \overline{ن} + \overline{ن}) \div (\overline{ب} - \overline{م} - \overline{ن}) = \overline{ب} - \overline{م} - \overline{ن}$$

$$\text{كذا } (\overline{ص} - \overline{ص} - \overline{د}) \div (\overline{ص} + \overline{ص} + \overline{د}) = \overline{ص} - \overline{ص} - \overline{د} = \overline{د} - \overline{د} = \overline{ص}$$

$$\overline{ص} - \overline{ص} = \overline{ص}$$

(١٣٨) في جذرين متشابهين من كبتين منطقيتين او بهما مالي اسم وتنطبق

سلسلة منظمة من فواتيهما وتجانسة من دليل الجذر الا واحد :

$$\frac{م + د + ب}{ب} = \frac{م + د - ب}{ب} = \frac{م - د}{ب}$$

الفصل التاسع

نظريات في الجذور الصماء

نظرية ١ : جذر منطق لا يمكن ان يتركب من جزئين احدهما منطق والآخر احمس . والا فلنفرض $م + د = ب$ وبتربيع الجانبين

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

نظرية ٢ : اذا كان على جانبي معادلة اجزاء منطق وصماء تكون الاجزاء المنطق على الجانبين متساوية والصماء كذلك مثلاً

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

وذلك لا يمكن حسب النظرية ١

نظرية ٣ : اذا فرض $م + د = ب$ فان يكون $م + د = ب$ وبتربيع الجانبين

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

$$م + د = ب \quad م + د = ب \quad م + د = ب$$

الفصل العاشر

الكليات الوهمية

(١٣٩) كل كمية وهمية نحل الى ضلعين احدهما $1 - \text{مثلاً}$ دب
 $\text{دب} \times 1 - \text{دب} = 1 - (\text{دب} + \text{دب}) = 1 - 2\text{دب}$
 وهذه الكمية اي $1 - \text{دب}$ هي القوة الاولى من ذاتها ومربعها $1 - \text{دب}$ والقوة
 الثالثة منها $1 - \text{دب}$ والقوة الرابعة منها $1 - \text{دب}$ ان حاصل ترفيق $1 - \text{دب}$
 الى القوة الرابعة هو 1 نعرف اية قوة قرضت منها بالاسقاط امثال الاربعة
 من تلك القوة وعليه ليقرض n عدداً مثنياً غير معين فيكون

$$\begin{aligned} (1 - \text{دب})^4 &= 1 - 4\text{دب} + 6\text{دب}^2 - 4\text{دب}^3 + \text{دب}^4 \\ (1 - \text{دب})^5 &= 1 - 5\text{دب} + 10\text{دب}^2 - 10\text{دب}^3 + 5\text{دب}^4 - \text{دب}^5 \end{aligned}$$

فلو طلبت القوة 36 من $1 - \text{دب}$ لاسقطنا 4×8 واخذنا القوة الثالثة منها
 ولو طلبت القوة 50 لاسقطنا 4×12 واخذنا القوة الثانية نفس عليه
 (١٤٠) لو طلب تربيع دب اي ضربها في نفسها لكان الحاصل دب^2
 برفع علامة الجذر وليس دب ولو ضربنا دب بـ دب لكان الحاصل
 دب^2 وليس دب وليؤمن الغلط في مثل هذه الاعمال يجب
 مراعاة القاعدة الآتية : حل الكليات الوهمية الى ضلعين احدهما $1 - \text{دب}$
 ضربها او قسمتها او ترفيقها مثلاً $\text{دب} \times \text{دب} = \text{دب}^2$

$\text{دب} \times 1 - \text{دب} = 1 - 2\text{دب}$
 $\text{دب} \times \text{دب} = \text{دب}^2$
 الخ
 (١٤١) قد نرد $1 - \text{دب}$ بالترفيق الى كمية حقيقية كما رأيت في القوة الثانية

$$(۲۳) \quad \overline{۲س} - \overline{۴س + ب} - \overline{۲ب} - \overline{۸ب}$$

$$(۲۴) \quad \overline{۲(د + ب)} - \overline{۱(د - ب)} - \overline{۲د} - \overline{۲ب}$$

$$(۲۵) \quad \overline{۵ب} - \overline{۱۰ب + د} + \overline{۲۵ب} + \overline{۱۸س}$$

$$(۲۶) \quad \overline{۲۵ب} \times \overline{۲ب} \times \overline{۳ب} \times \overline{۴ب}$$

$$(۲۷) \quad \overline{۲ب} \times \overline{۴د} \times \overline{۵ب} \times \overline{۲۵ب + د}$$

$$(۲۸) \quad \overline{۲ب} - \overline{۲ب} - \overline{۲ب + د}$$

$$(۲۹) \quad \overline{۲ب} + \overline{۳ب} + \overline{۴ب} - \overline{۳د} \times \overline{۴د}$$

$$(۳۰) \quad \overline{۴د} \times \overline{۴د + ۲ب} \times \overline{۴د} - \overline{۲ب}$$

$$(۳۱) \quad \overline{۲ب} \times \overline{۳س} \quad (۳۲) \quad \overline{۴د} \times \overline{۴د} \times \overline{۴د} \times \overline{۴د}$$

$$(۳۳) \quad \overline{۲ب + س} \times \overline{۴د} \times \overline{۴(س - س)}$$

$$(۳۴) \quad \overline{۴د + ۲ب} \times \overline{۴د} - \overline{۲ب} \times \overline{۴س + ف}$$

$$(۳۵) \quad \overline{۴ + ۴} - \overline{۴(ب + ن)} \times \overline{۴ - ۴} - \overline{۴(ب + ن)}$$

$$(۳۶) \quad \overline{۴س - ۱} - \overline{۴س} \quad (۳۷) \quad \overline{۴(ب - س)} \times \overline{۴(ب - س)}$$

$$(۳۸) \quad \overline{۴س} + \overline{۸ب} \quad (۳۹) \quad \overline{۴ب} + \overline{۴ب}$$

$$(۴۰) \quad \overline{۴س} \times \overline{۴س} \quad (۴۱) \quad \overline{۴س} - \overline{۴س} + \overline{۴س} + ۱$$

$$(۴۲) \quad \overline{۴(ب - س - ف)} \quad (۴۳) \quad \overline{۴(ب - س - ف)}$$

- (٤٣) د + (ب + ع) - د
 (٤٤) د + (ب + د) - د
 (٤٥) (ب - د) + (ب - د)
 (٤٦) س - ٢ من د - س ١ من د + ٢ د - ١ د على ب - د
 (٤٧) ب ١ م ن + م ف - م ب - ب ف
 (٤٨) (ب ١ م ن + م ب ١ م ن) (٤٩) (ب ١ م ن + م ب ١ م ن)
 (٥٠) (٥١) (٥٢) (٥٣) (٥٤) (٥٥) (٥٦) (٥٧) (٥٨) (٥٩) (٦٠) (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)

رق الى القوة

- (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)
 (٦١) (٦٢) (٦٣) (٦٤) (٦٥) (٦٦) (٦٧) (٦٨) (٦٩) (٧٠) (٧١) (٧٢) (٧٣) (٧٤) (٧٥) (٧٦) (٧٧) (٧٨) (٧٩) (٨٠)

الباب الثامن*

في المعادلات والمسائل ذات المجهول الواحد من الدرجة الاولى
تعريفات اولية

(١٤٢) المساواة هي افادة جبرية تدل على التساوي بين كيتين فأكثر
مثالها $٥ + ٣ = ٨$ — $٣ = ٥ - ٢$ ك — ن — $٤ = ١٢$

ويقال لما سبق اشارة المساواة الجانب الايمن او الطرف الاول ولما
تلاها الجانب الايسر او الطرف الثاني ولما معاً الجانبان او الطرفان
(١٤٣) المساواة اما ذاتية او عينية واما معادلة فالذاتية هي ما تم فيها تساوي
الطرفين مهما فرضت قيمة حروفها

مثلاً (س + ب) (س - ب) = (س - ب) (س + ب)

افرض: س = ٤ ب = ٢ وعوض عنها فينتج

$$(٢ + ٤) (٢ - ٤) = (٢ - ٤) (٢ + ٤) \text{ اي } ١٢ = ١٢$$

افرض: س = ٨ ب = ٣

$$(٣ + ٨) (٣ - ٨) = (٣ - ٨) (٣ + ٨) \text{ اي } ٥٥ = ٥٥$$

وهكذا يتم تساوي الطرفين مهما فرضت قيمة س او ب

والمعادلة هي مساواة لا يصح فيها تساوي الطرفين الا بتعيين قيمة
خصوصية او أكثر ل احد حروفها او بعضها والحروف التي تتميز بالمساواة
بتعيين قيم خصوصية لما هي متماثلات للمعادلة

مثلاً $٣ = ٦ - ٣$ هي معادلة ذات مجهول واحد لان المساواة

لا تصح الا متى فرضت ك = ٤ فتصير بالتعويض عن ك بحيثها

* ويمكن من شاء من الاساندة ندر يس هذا الباب وما بعده قبل

الباب الرابع وما يليه وقد تمت تلك العمليات التي نظرنا على الكليات

$$١٨ = ٦ + ٤ \times ٣$$

كذا 'ي' $٣٢ + ١٢ = ٤٤$ في معادلة ذات مجهول لان المساواة
لا تصح الا متى فرضت $٤ = ٨$ او $٤ = ٤$

فيكون بالفرض الاول $٣٢ + ٦٤ = ٩٦$ اي $٨ \times ١٢ = ٩٦$

وبالفرض الثاني $٣٢ + ١٦ = ٤٨$ اي $٤ \times ١٢ = ٤٨$

جواب المعادلة او جذورها : قيمة المجهول الصالحة لتعيين المساواة مثلاً

المعادلة $٣٢ + ٦ = ١٨$ لها جواب واحد او جذر واحد ٤

والمعادلة $٣٢ + ١٢ = ٤٤$ لها جوابان او جذران هما ٨ و ٤

(١٤٤) المعادلة اما عددية وهي ما لا حروف بها ينوب عن المعلوم كالمعادلتين

السابقتين واما حرفية وهي ما كان بها غير المجهول حرف او اكثر ينوب

عن المعلوم . نظير $دوب$ فيما يأتي

مثالها $١٥ - د - ٣ م - د ي - ب$

(١٤٥) درجة المعادلة : هي مجموع دلائل المجاهيل الاعظم في حد واحد

واعتبار ذلك يكون بعد اصلاح المعادلة وردها الى هيئة خالصة من

الكسور والكليات الصماء . مثلاً

المعادلة $ك - م = ٧$ من الدرجة الاولى ذات مجهولين $ك$ و $م$

والمعادلة $٤ - ك - ٧ = ١٥$ من الدرجة الثانية ذات مجهول واحد

باعتبار دليل $ك$ في الحد الاول

والمعادلة $ن - ل = ٦٣$ من الدرجة الثالثة ذات مجهولين $ن$ و $ل$

باعتبار دليل $ن$

(١٤٦) المعادلات اما متوافقة او متشابهة وهي ما كان لها ذات الاجوبة اي

ما كانت قيم المجاهيل في الاولى تصلح للثانية وبالعكس واما منافية او غير

متشابهة وهي خلاف الاولى مثال المتشابهة

$$ك - ٥ = ١٢ \text{ و } ٢ - ك - ٦ = ٢٨$$

فقيمة ك في المعادلتين ١٧ وهي سالقة لتعيين المساواة فيهما لانه
 بالتعويض فيهما عن ك ١٧ = ٥ - ١٢ ٢٨ = ٦ - ٣٤
 مثال الغير المتشابهة ٢ ك - ٥ = ٣١ و ك - ٤ = ١٢
 فان قيمة ك في الاولى ١٨ لا تصلح للثانية وقيمة ك في الثانية ١٦ لا
 تصلح للاولى

الفصل الاول

في اصول حل المعادلات

(١٤٧) قاعدة ١ - في معادلات متشابهة اذا تساوى طرفا معادلتين
 يكون الطرفان الاخران متساويين (اولية ١)
 مثلاً ك = ٣ ل ١٠ = ٥ - ١٢ فقيمة ك = ٣ او ٢ فيهما
 ٤ ك = ٣ ل ١٠ = ٥ - ١٢ فقيمة ك = ٣ او ٢ فيهما ايضا
 اذا ك + ٣ ل ٤ = ٣ ل ك = ٣ ل
 تنبيه : قلنا في معادلات متشابهة اعتزازاً من المتناقضة اذا لا يصح
 ذلك فيهما

مثلاً ك = ٥ - ١٢ ١٠ = ٥ - ١٢ في الاولى
 ك = ٣ - ١٢ ١٠ = ٥ - ١٢ في الثانية
 فلا يصح ان يكون ك = ٥ - ١٢ = ٣ - ١٢ حيث لا تصح المساواة ٣ = ٥
 (١٤٨) قاعدة ٢ : اذا اضيفت كمية الى طرفي معادلة او طرحت منها
 لا تتغير المساواة مثلاً ٣ ك - ٢ ب - ٤ = ٢ ب + ٢ ك
 اجمع الى الطرفين ٢ ب واطرح منها ٢ ك
 ٣ ك - ٢ ك = ٢ ب + ٢ ب - ٤
 نتيجة ١ : ننقل كمية من طرف الى اخر بتبدل اشارتها فلا تتغير
 المساواة فان ٣ ك كانت ايجابية في الطرف الثاني فصارت سلبية في الاول

كذا ٢ ب كانت سلبية في الجانب الايمن فنقلت ايجابية الى اليسر
 نتيجة ٣ : الكميات المتساوية في الجانبين ولها ذات الاشارة من جمع او
 طرح يمكن اسقاطها مثلاً

$$٢ \text{ ك} - د - ١٥ = د$$

يمكن اسقاط - د من الطرفين لانه لو جمع د اليهما اصبحت المعادلة

$$٢ \text{ ك} = ١٥$$

نتيجة ٤ : تبديل اشارات كل حدود المعادلة من + الى - وبالعكس
 فلا تتغير المساواة مثلاً د - ب = ١٠ - م ي

القل كل الحدود من طرف الى اخر - ١٠ م ي = - د - ب
 بعكس الترتيب ب - د = - ١٠ م ي

(١٤٩) اذا ضرب طرفاً معادلة في كمية واحدة (معدومة او صفراً) او قسمنا عليها
 لا تتغير المساواة والمعادلة الثانية تشبه الاولى

$$\text{مثلاً } ٢ \text{ ك} - د = ٣ \text{ ب } \text{ او } ٢ \text{ ك} - د = ٣ \text{ ب } \times ١٠$$

تعيين المساواة في هذه المعادلة تعيين قيمة مجهول ي تجعل الطرف
 الاول صفراً . اضرب الطرفين في ١٠ ولكن معدومة اي غير صفر
 وغير متناهية م ي - ٢ د = ٣ ب م او

$$\text{م } (٢ \text{ ك} - د = ٣ \text{ ب}) \text{ فهذه المعادلة تشبه الاولى اي ان ي}$$

لما ذات القيمة في المعادلتين والبرهان لو عينا المجهول ي ذات القيمة في
 المعادلة الثانية لكانت الكمية (ي - الخ) صفراً وحاصلها في م
 صفر ايضاً فقيمة ي في الاولى تصالح للثانية . بالعكس بما ان حاصل م في
 كميات ي الخ صفر بالمعادلة الثانية فلا بد ان يكون احد المضروبين صفر
 وبما ان م غير صفري فمن الضرورة ان تكون كمية (ي - ٢ د - ٣ ب) = ٠
 وبالنتيجة قيمة ي فيها تصلح لتعيين المساواة في الاولى فالمعادلتان

متشابهتان وهكذا يبرهن انه لو قسم طرفا المعادلة على س تكون المعادلة

$$\frac{3}{س} = \frac{2د - 1ي}{س} \quad \text{او} \quad \frac{3}{س} = \frac{2د - 3ب}{س}$$

مشابهة الاولى

ملاحظة يلزم ان تكون الكمية معدومة اي ان لا تكون صفراً ولا غير منتهية فيلزم من ذلك ان لا تحتوي على المجهول

مثلاً $2ك - 8 = 3$ اضرب الطرفين في ك $2ك - 8 = 3$

$$2ك(ك - 4) = 3(ك - 4)$$

فهذه لاشبه الاولى تماماً لان لها حلين ٤ و ٣ اما الاول فيصلح

للمعادنين كما يتبين من التعويض فيهما

$$2(4 - 4) = 3(4 - 4) \quad \text{و} \quad 2(3 - 4) = 3(3 - 4)$$

اما ٣ الحل الثاني فيصلح لقيمة ك في المعادلة الثانية فقط ولا يصلح

للاولى فان $2(3 - 4) = 3(3 - 4)$ $8 = 3 \times 2$ صحيحة و $8 = 3 \times 2$ خاطئة

فيلاحظ من ذلك انه اذا ضرب طرفا معادلة في كمية تحتوي على

المجهول تدخل اجوبة جديدة في المعادلة الاخرى تصلح للكمية المضروب

فيها وحدها فيلزم صرف النظر عنها بعد الحل وحفظ الاجوبة الاخرى

التي تصلح للاصلية فقط فالحل ٣ يصلح المضروب فيها ك ٣ لذلك

يلزم صرف النظر عنه وحفظ الحل الآخر ٤

نتيجة : يمكن ازالة الخارج من المعادلة بضرب كل الحدود في محدود

الخارج الاصغر مثلاً $ك - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

اضرب الحدود في ٣٠

$$30ك - 15 = 20 - 7.5$$

وذلك ما يسمى بالجبر اي تصحيح المعادلة وازالة الكسر منها

(١٥٠) بناءً على ما مر من الخس العمليات الآتية حل المعادلات من الدرجة الأولى
الجبر أي إزالة الكسور من المعادلة بضرب حدودها في معزود المقارج
الأصغر ٢ المقابلة أي نقل المعلوم إلى جهة والمجهول إلى أخرى بتبديل
العلامات ٣ قسمة الطرفين على مسمى المجهول لاستخراج قيمته

مثال ١ $13 + \frac{x}{2} = 14 + \frac{x}{4}$

بالجبر أي الضرب في ٨ $104 + 4x = 112 + 2x$

بالمقابلة $8 = 2x$

مثال ٢ $14 + \frac{x}{3} = 10 + \frac{x}{6}$

بالجبر $28 + 2x = 20 + x$

بالمقابلة والقسمة على ٤ $7 = 14 - x$

مثال ٣ $3 - \frac{x}{4} = \frac{5}{2} + \frac{x-1}{3}$

بالجبر $30 - 7.5x = 25 + 10x - 10$

بالمقابلة $15 - 3.75x = 12.5 + 5x$

بالاصلاح وبالقسمة على ٦٧ $134 - 67x = 25$

مثال ٤ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} + \frac{z}{4}$

بالجبر $6x = 4y + 3z$

بالمقابلة $6x = 4y + 3z$

بالقسمة على ٦ $x = \frac{2y}{3} + \frac{z}{2}$

مثال ٥ $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} + \frac{z}{4}$

بالجبر $6x = 4y + 3z$

بالمقابلة $6x = 4y + 3z$

بالاصلاح $6x = 4y + 3z$

بالقسمة على ب - ١ د ك = $\frac{ب}{ب-١} ح$ د

(١٥١) قد لا يلزم جبر الخارج كلها فتغير البسيطة منها وبعد المقابلة والاصلاح تجبر الخارج الاخرى

$$\text{مثال ٦} \quad \frac{٢ \frac{١}{٢}}{٧} = \frac{١٧ + ك ١٤}{٢٨} = \frac{٤ - ك ٨}{٣ + ك ٥} = \frac{٦ + ك ٧}{١٤}$$

اجبر الخارج البسيطة بضرب الطرفين في ٢٨

$$٩ + ١٧ + ك ١٤ = \frac{١١٢ - ك ٢٢٤}{٣ + ك ٥} + ١٢ + ك ١٤$$

$$\text{بالمقابلة والاصلاح} \quad ١٤ = \frac{١١٢ - ك ٢٢٤}{٣ + ك ٥}$$

$$\text{ثم بالمجرب} \quad ٤٢ + ك ٧٠ = ١١٢ - ك ٢٢٤$$

$$\text{بالمقابلة} \quad ١٥٤ = ك \quad \text{وبالقسمة ك} \quad ١$$

$$\text{مثال ٧} \quad \frac{١ \frac{١}{٢}}{١٣} = \frac{٦ \frac{١}{٢} - ك ٤}{٦ - ك ٥} + \frac{٦ - ك ٥}{٦ - ك ٥} = \frac{٦ \frac{١}{٢} - ك ٤}{٦ - ك ٥} + \frac{٦ - ك ٥}{٦ - ك ٥}$$

اجبر الخارج الواقعة خارج الحصر واضرب الطرفين في ١٤

$$\frac{١}{٢} + ك ٣ = ١٣ \frac{١}{٢} - ك ٨ - ٤٢ - ك ٣٥$$

$$\text{بالمقابلة} \quad \frac{١}{٢} + ١٣ \frac{١}{٢} + ٤٢ = ك ٣ - ك ٨ + ك ٣٥$$

$$\text{بالاصلاح} \quad ٥٦ = ك ٤٠ \quad \text{بالقسمة ك} \quad \frac{١٣}{١٠} = \frac{١٣}{١٠}$$

(١٥٢) ويمرض ان تكون المعادلة نسبة بشكل كسرين متساويين فيتمهل

حلها بملاحظة قواعد السابقة ونظريات الكسر (٧٩)

$$\text{مثال ١} \quad \frac{\frac{٥}{٦}}{\frac{٥}{٦}} = ك \quad \frac{٥}{٦} = \frac{٥}{٦}$$

ينقل الصورة مخرجها وبالعكس من طرف الكسر المتجهول الى الكسر الاخر

$$(٢) \quad \frac{٧ \times ٥}{٢ \times ٩} = \text{ك} \quad \frac{٥ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{١}{٢} \quad \frac{١}{٢} = \frac{٥}{١٠} \quad (٢)$$

$$(٣) \quad \frac{٢}{٥} = \text{ك} \quad \text{ك} = \frac{٢}{٥} \quad ٥ = \frac{١}{٢} \quad (٣)$$

$$(٤) \quad (نظ ٥) \quad ١١ = \text{ك} \quad \frac{١١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١١}{١١} = \frac{١+٥}{٥} \quad (٤)$$

$$(٥) \quad \frac{٢}{٥} = \text{ك} \quad \frac{٢}{٥} \text{ بالقسمة على } \frac{٢}{٥} \quad \frac{٢}{١١} = \frac{٥}{١١} \quad \frac{١}{٥} = \frac{٥}{٢٥} \quad (٥)$$

$$(٦) \quad \frac{٥ \times ٢٥}{١١} = \text{ك} \quad \text{أو} \quad \frac{٥}{١١} = \text{ك} \quad \text{بوجب (نظ ٤)} \quad \frac{٥}{١٢} = \frac{٥+١}{١٢} \quad (٦)$$

(١٥٣) قد تؤدي عملية الجبر الى تطويل عمل فيسهل العمل اذا لمكن

رد المعادلة الى صورة ايسر يرفع الكسور والخارج الحدود الصحيحة او

$$\text{اصلاحها قبل الجبر} \quad \frac{١١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \text{مثلا} \quad \frac{١١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١١}{١} = \frac{٥}{١}$$

ومنها $\frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$ باسقاط ٥ من الجانبين وقسمة الباقي على ٤

$$\frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \text{ومنها} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \text{اي} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١}$$

$$\frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١} \quad \frac{٨}{١} = \frac{٨}{١}$$

$$\text{برفع الكسور} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

اسقط ١١ من الجانبين وقسم على ٢

$$\text{يجبر كل طرف} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\text{فالمخرج متساوية كالصور} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\text{بالمقابلة} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\text{مثال ٦} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\text{اصلاح الطرف الاول} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

$$\frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١} \quad \frac{١}{١} = \frac{٥}{١}$$

ن - ن ت = ن - ن د - ن ب + ن ب د ينقل المجهول فوحده

$$\frac{2-2}{(2-2+2)} = 0 \quad 2-2 = 0 \quad 2-2 = 0$$

تجرب

$$114 + 27 - 6 - 25 = 6 - 24 + 16 - 24 \quad (1)$$

$$(3-2) 8 - (2+2) 2 = (23-6) - (2-5) 5 \quad (2)$$

$$(3+2) 21 + 106 = (5-23) 10 + 100 \quad (3)$$

$$5 - [(2+2) - 2] = 2 - 2 \quad (4)$$

$$(2-2) 1 - 22 - 5 - 10 - (2-2) 5 - 27 \quad (5)$$

$$(1+2) (1+2) + 14 = (2+2) (2+2) \quad (6)$$

$$(1+2) - (1-2) + 20 = (1+2) 2 - (2+2) (1+2) \quad (7)$$

$$20 - (1-2) = (2+2) 2 - (2+2) 2 \quad (8)$$

$$(2+2) 2 - (2-2) 5 = (2+2) (1+2) 2 + (1-2) 2 \quad (9)$$

$$(1+2) 2 + 18 = (5-2) 2 - (5+2) 2 \quad (10)$$

$$2 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \quad (11) \quad 12 = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} \quad (12)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (13) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (14)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (15) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (16)$$

$$(1+2) 2 = \frac{2}{2} - \frac{2}{2} \quad (17) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (18)$$

$$\frac{2}{2} = (2-2) \frac{1}{2} = \frac{2}{2} + \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (19)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (20) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (21)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (22) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (23)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (24) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (25)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (26) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (27)$$

$$\frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (28) \quad \frac{2}{2} = \frac{2}{2} \quad (29)$$

$$\frac{8 + 2\text{ك}}{1 + 2\text{ز}} = \frac{50 + 2\text{ز}}{12 + \text{ك}} \quad (33) \quad \frac{20 + \text{ك}}{5 - \text{ك}} = \frac{70 + 2\text{ز}}{15 - 2\text{ز}} \quad (32)$$

$$\frac{1 + \text{ك}}{1 - \text{ك}} - \frac{\text{ك}}{2 - \text{ك}} = \frac{9 - \text{ك}}{7 - \text{ك}} - \frac{8 - \text{ك}}{6 - \text{ك}} \quad (34)$$

$$\frac{5 + \text{ك}}{8 + \text{ك}} - \frac{6 + \text{ك}}{9 + \text{ك}} = \frac{2 + \text{ك}}{5 + \text{ك}} - \frac{3 + \text{ك}}{6 + \text{ك}} \quad (35)$$

$$\frac{5 - 2\text{ك}}{5} + \frac{11}{10} = \frac{3 - \text{ك}}{10 - 2\text{ز}} - \frac{3 - 2\text{ك}}{10} \quad (36)$$

$$\frac{37 + 2\text{ك}}{18} = \frac{29 - \text{ك}}{12 - 5\text{ك}} + \frac{(3 + \text{ك}) 4}{9} \quad (37)$$

$$(38) \text{ د ك - ب 2 = ب 5 - ك 3 د } (39) \text{ ن 1 = د 2 - ن 3 } (40)$$

$$(41) \text{ ب 1 = ب 2 - ك 1 } (42) \text{ ن 1 = ن 2 - ب 1 } (43) \text{ د 1 = د 2 - ن 1 } (44)$$

$$\frac{2 + 3\text{ف}}{د + ف} = \frac{(2 + 3\text{ف}) 2}{د + 3\text{ف}} \quad (43) \quad \frac{ن - ب}{2} = \frac{ن - ب}{د - 3\text{ز}} \quad (42)$$

$$(44) \text{ ن 1 + د 2 = د 1 + ن 2 } (45) \text{ ن 1 + د 2 = د 1 + ن 2 } (46)$$

الفصل الثاني

في حل المسائل

ترتيب المعادلات . - فرض المجهول في المسائل التي نتعمل
مجهولين أو أكثر - تعيين معنى المجهول - استعمال الأداة السالبة -
الجواب السليم

(١٥٤) حل مسألة جبرية بنوقف على معرفة ما يأتي α تركيب
المسألة بصورة معادلة اي بيان الروابط التي تفرضها المسألة بين الكميات
المعروفة والمجهولة بصورة جبرية β حل المعادلات اي معرفة القيم
الصالحة لمجاهلها وقد سبق ذكره γ مناقشة الحل فيما اذا كانت
المسألة عامة اي معرفة الحدود التي يمكن ان تتراوح بينها الكميات المعروفة
لا يمكن حل المسألة او عدمه والبحث عن الاحوال الخصوصية التي
تعرض لها بين هذه الحدود وسياقي ذكره

(١٥٥) لا توجد قواعد خصوصية لايجاد هذه المعادلات التي تتنوع
على اختلاف المسائل انما بصورة عمومية لنا هذه القاعدة : افرض المجهول
اي حرف شئت من الحروف التي لادخل لها في المسألة بين المعومات
وعلى الغالب احد الحروف التي من ك الى ي ك تقدم (او منهم من يستعمل
حروف معنص كين وى لمجاهيل) ثم تصرف به كما لو كان عين المجهول بعد
استخراجه واربطه مع الكميات المعروفة بالاشارات الجبرية حسب افادة
المسألة مثلاً

اي عدد طرح منه ٥ ثم ضرب الباقي في ٩ فكان الحاصل مضاعف
العدد مع ٤

ليكن المجهول ك واطرح منه ٥ فيبقى ك - ٥ اضرب هذا الباقي
في ٩ فيحصل ٩ (ك - ٥) ثم خذ مضاعف العدد ٣ ك واجمع اليه ٤
فالجموع ٣ ك + ٤ وحسب افادة المسألة ٩ (ك - ٥) = ٣ ك + ٤
وبالحل ك = ٧

(١٥٦) قد تكون المسألة على طريقة النسبة فتحول ثم الى معادلة بان يجعل
حاصل الوسطين مساوياً حاصل الطرفين

مثلاً اي عدد نسبة مجموعته مع ٤ الى فضائه ١٤ :: ١٤ : ٥

ليكن العدد ك فمجموعه مع $ك + ٤ = ٤$ وفضله $١٤ = ك - ١٤$
وحسب المسألة $ك + ٤ : ك - ١٤ :: ١٤ : ٥$ بتحويلها كما ذكر
 $٥ (ك + ٤) = ١٤ (ك - ١٤)$ او بالحل $ك = ٢٤$

ولك ان تحول النسبة الى هيئة اخرى قبل تحويلها الى معادلة
مثلاً : اي عدد فضله ١٤ الى ١٤ :: ٣ : ٢ . ليكن العدد ن
ن — $١٤ : ١٤ :: ٣ : ٢$ بتركيب النسبة

ن — $١٤ : ١٤ :: ٥ : ٢$ وبقسمة التاليفين على ٢

ن — $٧ : ٧ :: ٥ : ١$ فالمعادلة ن = ٣٥

(١٥٧) قد ترى بعض المسائل بداهة انها ذات مجهول واحد كما في الامثلة
السابقة وقد ترى ذات مجهولين او اكثر اذا يمكن حلها بفرض مجهول
واحد وتعين بقية المجهولات بتعديده كما في الاحوال الالية
١ اذا عرف مجموع المجهولين مثلاً عدنان مجموعها ٢٠ ليكون الاول م
فالثاني ٢٠ — م

مسألة : اب قسم ١٧٠٠٠ غرش بين ولد به حنا وسليم وجعل ثلثي
حصة حنا ثلاثة ارباع حصة سليم فكم اصاب كل منهما

ترتيب المعادلة : ليكن حصة حنا ن وحصة سليم الباقي ١٧٠٠٠ — ن

وحسب المسألة $\frac{٢}{٣} (١٧٠٠٠ - ن) = ن$ او بالحل ن = ٩٠٠٠

٢ : اذا علمت فضلة المجهولين اي تناسبها العددي مثلاً عدنان فضلتها

١٥ : ليكن الاكبر ك فالثاني ك — ١٥ او ليغرض الاسفل ك

فالاكبر ك + ١٥

مسألة : تاجر زيد وعمر وكان راسمال عمر يزيد عن راسمال زيد

٢٠٠٠ غرشاً فربح زيد ٦٠٠٠ وخسر عمرو ١٠٠٠ فبقي عنده ثلثا ما

صار عند زيد فكم كان راسمال كل منهما

الحل : المطلوب راسمال زيد وراسمال عمر وقد عرف التناسب العددي
بينها ٢٠٠٠ فلنفرض راسمال زيد ك ليكون راسمال عمر ك + ٢٠٠٠
ثم حسب المسألة يصير عند زيد ك + ٦٠٠٠ وثلاث $\frac{1}{3}$ (ك + ٦٠٠٠)
ويبقى عند عمر ك + ٢٠٠٠ - ١٠٠٠ فللمعادلة

$$\frac{1}{3}(ك + ٦٠٠٠) = ك + ١٠٠٠ \text{ وبالحل}$$

ك = ٩٠٠٠ راسمال زيد وك + ٢٠٠٠ = ١١٠٠٠ راسمال عمر
٣ إذا علم التناسب الهندسي بينهما أي خارج أحدهما على الآخر
مثلاً عددان أحدهما ثلاثة أمثال الآخر - ليكن الأول ن فالثاني ٣ ن

مسألة : اشتغل خليل خمسة أيام ووديع ٧ أيام وكانت اجرة خليل
اليومية مضاعف اجرة وديع فاستحق لها ٨٥ غرناً فكيف كانت اجرة كل منهما
المطلوب اجرة خليل واجرة وديع والتناسب الهندسي بينهما ٢ الك
اجرة وديع اليومية ك فالاجرة خليل ٢ ك ويحيى الاول ٧ ك والثاني
٥ × ٢ ك غرناً وحسب المسألة

$$٧ ك + ١٠ ك = ٨٥ \text{ وبالحل}$$

$$ك = ٥ \text{ اجرة وديع و } ٢ ك = ١٠ \text{ اجرة خليل}$$

٤ إذا عرف حاصلهما مثلاً عددان حاصلهما ١٨ ليكن أحدهما ن
فالثاني $\frac{18}{ن}$

مسألة : عددان حاصلهما ٤٥ لو جمع ٨ الى الخارج من فسة ٥
على الاول لكان المجموع اقل من مضاعف الثاني بقسمة ثماها
المطلوب معرفة كل من العددين وقد علم حاصلهما ٤٥ . ليكن الاول
ن فالثاني $\frac{45}{ن}$ وحسب شروط المسألة

$$\frac{45}{ن} + ٨ = ٢ \times \frac{45}{ن} - ٩ \text{ اي } \frac{45}{ن} = ١٧ \text{ ون } = \frac{45}{17} = ٥ \text{ والثاني } ٩$$

٥ إذا عرفت النسبة الكائنة بينهما مثلاً عددان نسبة أحدهما الى

الآخر : ب. و ليكن الاول ك فيكون ب : د : ك : الثاني ك : خ :
 مسألة : نسبة عمر اسعد الى عمر ابيه : ١ : ٤ وثلاثة امثال عمر
 اسعد مع ٢٦ سنة تزيد ١٤ سنة عن عمر ابيه فكم هو عمر كل منهما
 ليكن عمر اسعد ك فيكون ١ : ٤ : ك : عمر الاب ٤ ك
 ثم ٣ ك = ٢٦ + ٤ ك = ١٤ + ك بالخحل ١٢ = ٤ ك وعمر الوالد ٤٨
 وما ذكره المشهور واسهل الطرق لمعرفة المجهول بتعيين الآخر وقد يتعين
 بحالات اخرى غير ان حلها حيث لا يفرض مجهولين اسهل على المبتدئين
 ان يتعين الثاني بتعيين متعلق المجهول الاول مع عدد اخر بحالة
 مما ذكر انما : عددان احدهما ثلاثة امثال مجتمع الآخر الى ١٤ ليكن الثاني
 ك اجمع اليه ١٤ واضرب الحاصل في ٣ فالاول ٣ (ك + ١٤)
 مسألة : يوسف و خليل نسخا كتابا فكان ما ينسخه يوسف يساوي
 مضاعف فسلما ما يكتبه خليل و ١٤ صفحة فسخا بقية ٢٢ يوما ١٨ صفحة
 زيادة عما ينسخه عادة خليل في ٣٨ يوما معا ينسخه يوسف في ٣ ايام
 فكم صفحة كان يكتب كل منهما يوميا ليكن ما ينسخه خليل ك فيكون
 ما يكتبه يوسف يوميا ٢ (ك - ١٤) = ٢ ك - ٢٨ وحسب شروط المسألة
 ٢٢ (ك + ٢ ك - ٢٨) = ٢٨ - ٢ ك + ٣ + ٢٨ = ٢٢ (٢ ك - ٢٨)
 بالخحل ك = ٢٥ و ٢٢ = ٢٨ - ٢٥ ما يكتبه يوسف
 ٧ متى وجد رابط مما ذكر بين متعلق كل من المجهولين بعدد
 مختلفين مثلا عددان مجتمع احدهما ١٤ يساوي الخارج من قسمة الآخر
 على ٥ لفرض الاول ك فجموعه مع ١٤ يساوي ك + ١٤ وهو خمس
 الثاني فالك في خمسة امثاله ٥ (ك + ١٤)
 او لفرض الثاني ك فخمسة ك وهو يزيد عن الاول ١٤ فالاول ك - ١٤
 والقرض الاول افضل لانه سالم من الكسر

مسألة: يحددان فضلة أحدهما و ٥ يساوي ثلاثة أمثال الآخر ومضاعف

الاول مع سبعة أمثال الثاني يساوي ٦٢

ليكن الثاني ك ثلاثة أمثاله ٣ك وهو فضلة الاول و ٥ فالاول ٣ك = ٥

ثم $٢(٣ك + ٥) = ٧ك = ٦٢$ وبالحل $ك = ٩$ والاول $١٢ = ٣ + ٩$

تنبيه: ترى في المثال المتقدم ان تعيين احد المجهولين بفرض الآخر
يسر في القسم الاول من المسألة فمن الضرورة عند اجراء القرض الانتباه
الى اي قسم من المسألة اصلح للقرض فالوجه الاربعه الاولى اصلح من
الخامس ثم كل وجه اصلح مما بعده على الترتيب مثلاً

مجموع ما يتفق ابراهيم يومياً مع ٧ غروش يساوي مجموع مضاعف
ما يصرفه نعمة الى ٢٥ غرشاً وكان ما يصرفانه في ١٢ يوماً يساوي ٧٢٠

ترى ان تعيين احد المجهولين بفرض الآخر هو على الوجه السابع في
القسم الاول من المسألة وعلى الوجه الاول في القسم الثاني لان ما يصرفانه
معاً في ١٢ يوماً ٧٢٠ وفي اليوم ٦٠

ليفرض مصروف ابراهيم ك فمصروف نعمة ٦ - ك ثم حسب المسألة

$$٢٥(٦ - ك) = ٧٢٠$$

وبالحل $٣ ك = ١٣٨$ و $ك = ٤٦$ ومصروف نعمة ١٤

(١٥٨) مسمى المجهول: في كل المسائل السابقة فرض مسمى المجهول واحداً

اي ك ان م الخ ويصح فرض المجهول ذا مسمى غير واحد حسب مقتضى
لتسهيل العمل:

اذا ذلك السؤال على اية كمية يجب فسمه المجهول المفروض ذا
مسمى يساوي تلك الكمية والفرض من هذا القرض التخاص من الكسر
مثلاً اي عدد قسم على ٩ وجمع الى الخارج ٣ ثم ضرب المجموع في ٤
كن الحاصل ٤٨ الحل: ليكن المجهول ٩ ك قسمه ك ثم حسب المسألة

٤ (ك + ٣) = ٤٨ أي ك = ٩ والعدد ٩ ك = ٨١
 ٢ إذا كان ظاهر المسألة ذات مجهولين وعرفت النسبة المكانية بينهما
 فافرض وحدة النسبة بينهما فيتمين المجهولان مثلاً

عددان نسبة أحدهما إلى الآخر ٣ : ٢ : مجتمع الأول مع ٤ يساوي
 فضلة الثاني ٦ : لنكن وحدة المتناسبين ك فالأول ٢ ك والثاني ٣ ك ثم
 $٢ ك + ٤ = ٣ ك - ٦$ أي ك = ١٠ فالأول ٢٠ والثاني ٣٠

مثال آخر : تاجران راسمال أحدهما إلى راسمال الآخر ٦ : ٥ :
 وكان الأول يربح ٥ غروش في السنة والثاني ٤ غروش في السنة فربحاً معاً
 ٩٨٠٠ غرشاً فكم كان ربح كل منهما

الحل : بموجب المسألة نسبة ما ربحه الأول إلى ما ربحه الآخر
 كالنفسب المركب من ٦ : ٥ و ٤ : ٦ أي ٢٤ : ٢٥ لذلك نفرض وحدة
 النسبة ن فيكون ربح الأول ٢٥ ن و ربح الثاني ٢٤ ن وبموجب المسألة
 $٢٥ ن + ٢٤ ن = ٩٨٠٠$ أي ن = ٢٠٠ فربح الأول ٥٠٠٠ و ربح الثاني ٤٨٠٠
 (١٥٩) إذا تعددت مجهيلات المسألة وكان بين كل اثنين منها روابط
 المذكورة آنفاً نفرض مجهيلاتها على النقط السابق أيضاً مثلاً

أربعة أشخاص اشتركوا داراً ثمنها ١٤٦٢٥ فدفع الثاني ثلثه أمثال
 ما دفعه الأول ودفع الثالث قدر ما دفعه كلاهما ودفع الرابع قدر ما دفعه
 الثاني والثالث معاً فكم دفع كل منهم

الحل : لنفرض الأول ن فالثاني ٣ ن والثالث ن + ٣ ن = ٤ ن
 والرابع ٣ ن + ٤ ن = ٧ ن فالمعادلة

$$ن + ٣ ن + ٤ ن + ٧ ن = ١٤٦٢٥ \text{ وبالحل } ن = ٩٥١$$

فيكون ما دفعوه على الترتيب ٩٥١ ، ٢٨٥٣ ، ٣٨٠٤ ، ٦٦٥٧

مثال آخر : ترك رجل أبنيه الأربعة ١٤٢٠٠ ونوصاهم أن

يقسموا المبلغ على نسبة اعمارهم وكان عمر الاول ٢٢ والثاني ٣٠ والثالث ١٧ والرابع ١٢ سنة فكم اخذ كل منهم . الحل : افرض وحدة النسبة ك فتكون حصصهم ٢٢ ك ٣٠ ك ١٧ ك ١٢ ك ومجموعها ٨١ ك

فالمعادلة ٨١ ك = ١٤٢٠٠٠ وك = ٣٠٠٠ ومقدار حصصهم

$$٣٤٠٠٠, ٣٤٠٠٠, ٤٠٠٠٠, ٤٤٠٠٠$$

(١٦٠) يجب ان تكون الكميات جميعها في الطرفين من جنس ونوع واحد كيما يصح جمعها وطرحها ومساواتها والا وجب تحويلها الى مسمى واحد مثال ذلك

لمب حنا وحبيب وكان مع الاول ١٦ ريالاً ٢٣٠٠ غرشا (مع الثاني ٢٥٠ غرشا) فحسب حنا وبقي عنده قدر ما صار مع حبيب فكم خسر ليكن الربح ك غرشا فيصير مع حبيب ك ٢٥٠ غرشا ويبقى مع حنا ١٦ × ٢٣٠٠ - ك اي ٣٧٠ - ك غرشا وحسب المسألة
 $ك + ٢٥٠ = ٣٧٠ - ك$ اي $ك = ٦٠$ غرشا

اخر : رجل اشترى ١٣٠ ثوباً من الخام والكتان ودفع ثمنها ١١٥ ليرة (٥ ريالات) وكان ثمن الثوب من الخام ٢٤ ريال ومن الكتان ١٤ ليرة فكم ثوباً اخذ من كل منهما

ليكن ما اشتراه ك ثوباً من الخام و ١٣٠ - ك ثوباً من الكتان فيكون ثمن الخام $\frac{٢٤}{١٠} ك$ ريالاً $(\frac{١٤}{١٠} ك ليرة)$ وثمن الكتان $\frac{١٤}{١٠} (١٣٠ - ك)$ ليرة فلا يصح ان تكون المعادلة

$$\frac{٢٤}{١٠} ك + \frac{١٤}{١٠} (١٣٠ - ك) = ١١٥ \quad \text{بل}$$

$$\frac{٢٤}{١٠} ك + \frac{١٨٢٠ - ١٤ ك}{١٠} = ١١٥ \quad \text{وبالحل } ك = ٨٠ \quad \text{والكتان } ٥٠$$

(١٦١) ومن الواجب الانتباه الى معنى السؤال واستعمال الاشارة الايجابية او السلبية حتماً يقتضيه فلما فرضناه ايجابياً بمعنى يقتضي فرضه

سلباً بالمعنى المقابل والمقادير التي يمكن حملها الى معينين مختلفين ما يأتي
 ١ الوقت : ما بقي بعد الحين المعين ايجائي وما سبقه سلبياً ٢ درجة
 الحرارة : ما فوق درجة الصفر ايجائي وما تحتها سلبياً ٣ الطول والمسافة اذا
 عرفت نقطة او محلاً واعتبرت الطول والمسافة من تلك النقطة الى جهة
 ما ايجائياً يجب ان تعتبر البعد من النقطة ذاتها الى جهة ثقابل الاولى
 سلبياً ومن هذا القيل اعتبار الدرجات البعيدة عن خط الاستواء شمالاً
 ايجائياً وجنوباً سلبياً ٤ الريح والحسارة او الزيادة والنقصان : فالاول
 ايجائي والحسارة سلبية

مثلاً تاجر ربح ١٠٠٠ ثم خسر ٤٠٠ فبقي عنده ٨٠٠ فكم
 كان رأسماله

$$ك = ١٠٠٠ - ٤٠٠ = ٨٠٠ \text{ بالمقابلة } ك = ٢٠٠$$

اخر : سفينة سافرت من خط الاستواء فسارت شمالاً ١٠ درجات
 ثم جنوباً ٥ ثم شمالاً ٢٥ فالى اية درجة وصلت بسفرها

$$ك = ١٠ - ٥ + ٢٥ = ٣٠ \text{ اي تقدمت } ٣٠ \text{ درجة شمالاً}$$

(١٦٣) الجواب السليبي : اذا كان جواب المسألة سلبياً دل على مقدار ينطبق
 على المسألة بمعنى يقابل مصلها المفروض اذا وجد والا فالمسألة غير ممكنة
 او فاسدة مثلاً رجل سار ٢٠ درجة شمالاً ثم ١٥ جنوباً ثم ١٣ شمالاً
 فوجد ذاته في الدرجة ١٦ شمالاً فكم كان بعيداً عن خط الاستواء
 شمالاً حين سافر

$$ك = ٢٠ - ١٥ + ١٣ = ١٦ \text{ ومنها } ك = ٢$$

اي انه كان بعيداً ٢ جنوباً اي في جهة مخالف الجهة المفروضة
 في المسألة

٢ رجل ربح ٩٠٠ ثم خسر ٤٠٠ وبقي معه ٤٠٠ فكم كان معه اولاً

الحل ك = ٩٠٠ - ٤٠٠ = ٥٠٠ و ك = ١٠٠
 أي لم يكن معه مال بل كان عليه دين خلافا لطلب المسألة
 ٣ عمر الأب ٥٠ سنة وعمر ابنه ٢٠ فبعد كم سنة يصير عمر الأب
 ثلاثة أمثال عمر الابن

الحل ليكن بعد ك سنة فيكون عمر الأب ٥٠ + ك والابن ٢٠ + ك
 وحسب المسألة ٥٠ + ك = ٣ (٢٠ + ك) باطل ك = ٥

أي أن عمر الأب لن يكن أن يصير ثلاثة أمثال عمر الابن بل سبق
 ذلك ٥ سنوات فلجعلنا المسألة متى كان عمر الأب ثلاثة أمثال عمر
 الابن فكانت المعادلة

$$٥٠ + ك = ٣ (٢٠ + ك) \quad \text{باطل} \quad ك = ٥$$

أي قبل ٥ سنوات إذ كان عمر الأب ٤٥ والابن ١٥
 فآ خليل ومريد بينهما ١٢٠ ميلا سافرا في وقت واحد الى جهة
 واحدة مدة ٢٣ ساعة و ٢٠ دقيقة وكان السابق خليل يقطع ١٢ ميلا
 في الساعة والمتأخر مريد يقطع ١٨ ميلا في الساعة فكم ميلا ينفرا
 حتى يلتقيا

لنكن المسافة المطلوبة من فيكون خليل حين سافرا بعيدا عن
 محل قلاقيها بقدر $\frac{1}{3} \times ٢٣ + ١٢$ من أي ٢٨٠ + من ميلا ويكون
 مريد بعيدا عن المحل المطلوب ١٢٠ ميلا زيادة عنه أي ٢٨٠ + ١٢٠
 + من = ٤٠٠ من ميلا وتما لهما سافرا في وقت واحد فمدة سفرهما
 متساوية فتكون المعادلة

$$\frac{٢٨٠ + من}{١٢} = \frac{٤٠٠ + من}{١٨}$$

وذلك بقسمة المسافة التي قطعها كل منهما على ما يقطعه في الساعة

وبالحل $٨٤٠ + ٣ = ٨٠٠ + ٢$ س اي س $= ٤٠ -$
 فالجواب ساي وقد فرضنا أولاً المسافة الباقية ملاقاتهما اعتباراً
 من المحل الذي وصلا اليه بعد ٢٣ ساعة و ٢٠ دقيقة بما انها سليمة تدل
 على بعد الموقع الذي التقيا فيه قبل ان وصلا في سيرهما الى البعد المذكور
 ٥ اجرة شحن الطن عن كل كيلو متر غرش واحد واجرة تحميله
 الى السكة قبل الشحن ١٤ غرش فالى كم كيلو متر يمكن شحن ٥٠ طن اذا
 دفع عنها ٧٠ غرشاً
 ليكن البعد ك كيلو متر فاجرة التحميل $٥٠ = ١٤٠ + ٧٥$ واجرة الشحن
 $٥٠ \times ك = ٥٠$ ك فالحل

$٧٥ = ٥٠ = ك$ وبالحل $ك = \frac{٧٥}{٥٠}$
 واذا لا يصح ان نقول الى بعد ما في الجهة الخافضة تكون المسألة
 فاسدة ومساوفا واضع فل اجرة التحميل وحدها تزيد على المدفوع

تمرين

- (١) اي عدد اذا اضيف اليه نفسه كان المجموع ٢٤
- (٢) اي عدد يزيد نصفه عن ثلاثة ٣
- (٣) اي عدد يجمع نصفه وثلاثة وثلاثة ٤٦
- (٤) عدنان يجمعها ٩٨ واحدها ثلاثة ارباع الاخر فما هما
- (٥) عدنان فضلهما ٧ وذا قسم اكبرها على اصغرهما كان الخارج ٧
- (٦) اي عدد اذا قسم على ٨ ثم طرح الخارج من ١٠٤ كان
 الباقي ٤٠
- (٧) رجل اشترى عقاراً ثم باعه بمبلغ ٣٤٠٠ غرش تخسر $\frac{1}{10}$ من
 ثمنه فكم كان
- (٨) فضلة عددين ٤ وفضلة مربعيهما ١١٢ فما هما

(٩) أي عددان حاصلهما ١٠ والخارج من قسمته خمسة على أحدهما
يقال ٣ عن مضاعف الآخر

(١٠) عددان مجتمع أحدهما إلى مضاعف الآخر يساوي ٢٠
وسدس الأول يساوي نصف الثاني فإنها

(١١) ثلاثة أشخاص اقتسموا مبالغاً قدره ٥٤٦٠ غرشاً فالأول
الثاني منها $\frac{1}{3}$ المبلغ زيادة على الأول وأخذ الثالث $\frac{1}{4}$ من المبلغ زيادة
عن الأول فكم أخذ كل منهم

(١٢) رجل يزيد عمره ٣٠ سنة على عمر ابنه وبعد ٤ سنين يصير
عمره أربعة أمثال عمر ابنه فما هو عمر كل منهما

(١٣) رجل عمره ٤١ سنة وعمر ابنه ٥ فبعد كم سنة يصير عمر
الأب ثلاثة أمثال عمر الابن

(١٤) انقسم ٥٢٥ إلى قسمين لو قسم أحدهما على ٢٥ والآخر على ٣٠
كان مجموع الخارجين ٢٠

(١٥) عربتان تقطع أحدهما سنة أميال في الساعة والآخرى ١٠
فبعد أن سارت الأولى مدة ساعتين تبعتها الثانية فكم ميلاً يجب أن
تسير حتى تدرك الأولى

(١٦) مزيج من الذهب والفضة من عيار ٧٩ وزنه ٤٥٩ درم
فكم يلزم أن يستخرج منه من الفضة ليصير من عيار ٩٠

(١٧) أي كسر قيمته ٥ وفضله صورته ومخرجه ١٨

(١٨) مال سعيد يساوي ثلاثة أرباع مال عمر ومجتمع عمر
مال سعيد وأربعة أخماس مال عمر يساوي ٣٥٠ فكم هو مال كل منهما

(١٩) خادم معاشه السنوي ٣١٢ غرشاً وكان يأخذ علاوة عليه
أكرامية شهرية فبعد أن خدم عشرة أشهر أخذ عما يحق له ٢٥٠ غرشاً

مع الأكرامية عن سنة كاملة فكم كان يأخذ سنوياً علاوة على أجرته
(٢٠١) رجل وضع $\frac{1}{2}$ ماله بالثقة ٤ سنوياً والباقي بالثقة ٥ فبلغ أرباحه
السنوي ٢٩٤٠ غرشاً فكم كان يأخذ

(٢١) زاجران د. مال أحدهما إلى رامبال الآخر ٣ : ٢ ومجموع
فائدة مال الأول بالثقة ٤ ود. مال الثاني بالثقة ٤ يسوي ١٤١٠ فكم
كان رامبال كل منهما

(٢٢) أربعة تجار ربحوا ٤٠٠٠ غرشاً فأرادوا توزيع المبلغ بينهم
على نسبة ٥ : ٤ : ٣ : ٢ حسب شروط الشركة فكم يبقى لكل منهم
(٢٣) اشترك أربعة في تجارة فوضع الأول ٢٠٠٠ غرش والثاني
٢٥٠٠ والثالث ٧٠٠٠ والرابع ٨٥٠٠ فربحوا ٨٤٣٧٠ وزعموها بينهم
على نسبة رامبال كل منهم فكم أخذ كل منهم

(٢٤) ثلاثة شركاء رامبال الأول منهم ب والثاني ب والثالث ب ربحوا
د غرشاً فكم يجب أن يأخذ كل منهم إذا اقتسموها على نسبة الرامبال
إذا يئيد دستور هذه السألة وهل يطبق على قاعدة الشركة الحسائية
(٢٥) رجل اشترى طاولة ب ١٤٠ غرشاً ثم باعها وربح خمس
البيع فبكم باعها

١٢٦١ أي كسر مفرجه يزيد عن صورته ١ وإذا طرح من
صورته ١ وأضيف إلى مفرجه عدل $\frac{1}{2}$

(٢٧) أربعة أشخاص اقتسموا بينهم ٩٣٨٠ غرشاً وكان كل واحد
الأول ٢ اخذ الثاني ٣ وكلما اخذ الثاني ٥ اخذ الثالث ٦ وكلما اخذ الثالث ٣
اخذ الرابع ٤ فكم أخذ كل منهم

(٢٨) رجل من ج ٥٠ رطلاً من الخمر من سعر ٣٤ غرش و ٦٠ رطلاً منه
من سعر ٣ غروش بكية من الماء فبلغ ثمن الرطل من الخمر ٢ فكم كان الماء

(٢٩) عددان نسبة احدهما الى الآخر = ب. د. ولو اضيف ج الى كل منهما تصير نسبة الاول الى الآخر :: من : ب

(٣٠) اي عدد اذا اضيف الى صورة الكسر $\frac{1}{2}$ ومخرجه تضاعف فيجده

(٣١) زبد كان يشتغل ٦ ساعات يومياً وسعر ٧ غير ان زبداً كان يشتغل في ٣ ساعات ما يشتغله عرسيف ٤ واذا كانت اجرة ما بمساواة لثلاثة اضعاف ٩٠٠ غرشاً فكم يحق لكل منهما

(٣٢) رجل كان يتنزه مدة ساعتين يومياً فيذهب راكباً عربة تقطع ١٢ كيلو متراً في الساعة ويعود ماشياً فمقطع ٤٠٠٠ متر في الساعة فعلى اي بعد من محله يلزم ان يترك العربة ليعود ويصل اليه في الوقت المعين

(٣٣) مستودعان الفحم بينهما ٢٢٥ كيلو متر وسعر القنطار من المستودع الاول ١٢٠ غرشاً واجرة نقله ٣٠ باره عن كل كيلو متر وسعر القنطار من المستودع الثاني ١٥٠ غرشاً واجرة نقله ٢٥ باره عن كل كيلومتر فالى اي بعد من المستودعين يصل الفحم بسعر واحد

(٣٤) المروض ف = د = (وجه ١١)

ليكن الفراسل د صحيحاً لا فقط فكيف تستخرج فيجده من هذه المعادلة

(٣٥) ليكن المعدل م

(٣٦) الاجل ن

(٣٧) مسائل ومعادلات الدرجة الاولى ترد كاستعمال (١٦٣) الى ص ك = د

او ك = ص فكيف تبين ان عملية الخطأ بين هـ و ب = (وجه ١٧)

(٣٨) خليل اشترى عدة اصناف كل خمسة منها بستة غروش ولو اشترى

كل ثمانية منها بتسعة غروش لكان وفر من ثمنها تسعة غروش فكم صنفاً اشترى

(٣٩) عدد يزيد رقم عشراته واحداً عن رقم احاده وفيجده تزيد ٩ على

خمس أمثال مجتمع رقيه فما هو

(٤٠) سأل رجل عن عمره فاجاب عمري يزيد سنين عن مضاعف
عمر امراؤتي ومن ٣ سنين كان عمرها ثلث ما سيكونه عمري بعد ١٢
سنة فكم عمرها

(٤١) اي عدد اذا قسم على ١٥ كان مجموع المقسومين والخارج ٤٧٣

(٤٢) رجل اشترى اذرعاً من الشيت بثمن ٧٢ غرشاً ثم اخذ منها لنفسه
٨ اذرع وباع ربع البساق بعشرين غرشاً وبيع خمسة غروش فكم
ذراعاً اشترى

(٤٣) ساري مركب سقط عامودياً في الماء فلما بلغ القعر بقي منه فوق
الماء ٦ امدار ثم مال وبقي اسفله في مركز واحد امداراً فبلغ الماء وبعد
عن مكانه الاول من سطح الماء عشرة امدار فكم كان طوله

(من المعلوم هندسياً ان مربع طول الساري يساوي مربع ما كان
منه في الماء اولاً ومربع المسافة التي بين مكانه الاول والثاني من
سطح الماء ا

(٤٥) اربعة اقساموا مالاً فالتخذ الاول منهم سبع المال الا سبعة
غروش والتخذ الثاني خمسة غروش وزيادة عن الاول واخذ الثالث ١٢
غرشاً وزيادة عن الثاني والرابع ١٧ غرشاً أكثر من الثاني فكم كان المال

(٤٦) اجبر زادت اجرت في الشهر الثاني ٦٠ غرشاً وفي الثالث ٩٠
غرشاً فكانت نسبة اجرته في الشهر الثاني الى اجرته في الثالث ٤ : ٣ : ١
فكم اخذ في الشهر الاول

(٤٧) سليم ووديع ايرادهما واحد غير ان سليم كان ينفق شهرياً فوق
ايراده ٢٠ غرشاً مع $\frac{1}{3}$ منه ووديع كان يقصد شهرياً $\frac{1}{2}$ ايراده وبعد
عشرة اشهر حصل مع وديع مبلغ يساوي المال الذي انكسر على سليم

مع $\frac{1}{2}$ ايراده فكم كان الايراد

(٤٨) توبان نسبة طول احداهما الى طول الاخر :: ١٠ : ١٣ ولو
اضيف الى الاول ٥ اذرع وطرح من الثاني ٦ تصير النسبة بين
طوليها ٤ : ٥

(٤٩) توفيق واديب ولييب معهم ٦٨٠٠ غرش ونسبة ما مع توفيق الى
ما مع لييب ٣ : ٢ وربع مال توفيق مع نصف مال لييب يساوي ثلثة
امثال مال اديب فكم كان مع كل منهم

(٥٠) رجل كان ينفق سنوياً د غرشاً ويضيف الى ما بقي من ماله في
نهاية كل سنة قدر ثلثه وبعد ٣ سنين وجد ان ماله تضاعف فكم كان
وكم كان ايضاً لو فرض د = ٥٠

(٥١) رجل كان يقصد من اجرة يوم الشغل ب غرشاً وينفق في يوم
البطالة د غرشاً فالتصد بمدة ح يوماً من غرشاً فكم كانت ايام الشغل
وايام البطالة

(٥٢) كم يوماً اشغل لو فرضنا ب = ٣٤ د = ١٢ ح = ٤٨ س = ٥٠٤

(٥٣) ثلثة معهم سل ليون وفيما هم زيام قام الاول واكمل ٣
ليمونات وربع الباقي ونام ثم قام الثاني فاكل ست ليمونات وربع الباقي
ونام فبقي لثالث قدر ما اكله كل منهما فكم كان في السل

(٥٤) ارب سيق كلباً بخمسين قفزة وكان كلا قفز الكلب ٣ قفزات
قفز الارنب ٤ غير ان القفزة من الكلب قدر ٣ قفزات من الارنب
فكم قفزة بقفز الكلب قبل ان يدرك الارنب

(٥٥) قال حبيب الى سليم اعطني نصف ما معك فيكون معنا ١٠٠ غرش
ثم دار اثريها فاجاب سليم اعطني ثلث ما معك فيكون معنا المطلوب
فكم كان مع كل منهما

(٥٥) عقرب الساعات بين ٣ و ٤ فكم الوقت عند اقدان العقربين
 (٥٦) رجل سار بفار به نحو جريان المياه ١٢ ميل في ٢٠ دقيقة ولو لم
 يساعده جريان المياه لانتضى له نصف ساعة زيادة على ذلك فكم هي
 سرعة المياه في الساعة

(٥٧) رجل توفي عن زوجة حامل وتترك ٢٠٠٠ غرشا وادوية اذا ولدت
 غلاما ان تعطى للمبلغ والياقي للغلام ولذا ولدت بنتا ان تعطى للمبلغ
 والياقي لايت غير ان زوجته ولدت توأما حيا وبنتا فكم يجب ان
 يأخذ كل منهم حسب وصيته

الفصل الثالث

مناقشة شمولية في المعادلات ذات الجهول الواحد من الدرجة الاولى
 (١٦٣) كيفما تقابلت المسائل وتنوعت اشكال المعادلات المذكورة يمكن
 تحويلها الى هيئة $b = d$ ذلك لان الشرح يزيل الخارج والمقابلة
 تزيل المعلوم من الجهول والاصلاح يرد مستحيات ك الى مسمى واحد
 فالكميات $b = d$ يمكن ان يكون كل منها كمية مركبة من حدود
 كثيرة وفيه الجهول حسبما ذكر $b = d$

فلنتصور في القيم التي يمكن ان تأخذها d و b فنجد لها اربعة احوال

١	أ يمكن $d > b$	١	ب $< d$	١	قيمة الجهول واحدة
٢	أ يمكن $d = b$	٢	ب $= d$	٢	صفر
٣	أ يمكن $d < b$	٣	ب $> d$	٣	مستحيلة
٤	أ يمكن $b = d$	٤	ب $= d$	٤	غير معينة

نرى في الحالة الاولى خارج المقسومين الوحيد هو قيسه الجيول لان غير
وفي الحالة الثانية المقسوم صفر فالخارج صفر وفي الحالة الثالثة اي $ك = د$
تكون المعادلة مستحيلة وعديمة الفائدة لانه $مها كانت قيسه الجيول$
حاصلها في صفر صفر دائما ود مفروضة غير صفر فلا يمكن مساواة الطرفين
 $ك = د$ مع ذلك يعبر عن هذا الشكل بالانهاية اي
 $ك = د = \infty$ ما لا ينتهي

وبين ذلك انه من المعلوم اذا بقيت الصورة على حالها فقيسه الكسر
تزيد كلما قل المخرج مثلاً

$$\frac{140}{140000} = \frac{140}{14000} = \frac{140}{1400} = \frac{140}{140} = 1$$

ومكناً متى صار المقسوم عليه صفراً او اصغراً ما يمكن تصغير قيسه الكسر
عديمة الانتهاء ويدل نظير هذا الجواب في حل المسائل الهندسية على
توازي الخطوط اي امتدادها الى ما لا نهاية له دون ان يتلاقيا
وفي الحالة الرابعة تكون قيسه $ك$ غير معينة لانه $مهما فرضت قيمتها$
لا بد ان يكون حاصل $ك = د$

وعلى هذا الوجه يجب مناقشة كل مسألة حرفية بنوع خاص مثال ذلك
كسر قدره $\frac{د}{ب}$ اضيف الى صورته ومخرجه مقدار واحد فكم يزيد
الكسر الثاني

الحل : الكسر الاصل $\frac{د}{ب}$ والثاني $\frac{د+ب}{ب}$ ومقدار زيادة الثاني $\frac{ب}{ب}$

$$\frac{د+ب}{ب} - \frac{د}{ب} = \frac{د+ب-د}{ب} = \frac{ب}{ب} = 1$$

مناقشة المسألة : اذا كانت قيسه الباقي ايجابية يكون الكسر المفروض

قد زاد والا فقد نقص ولمعرفة قيمات الباقي المختلفة علينا ان نستعلم
قيمات ب، و، ك المختلفة ايضاً

١ ليكن $ب = د$ اي $د - ب = ٠$ فقيمة الباقي صفر ايضاً لان

ك $(د - ب) = ٠$ فالكسر المفروض لا يتغير قيمته مثلاً $\frac{٢}{٥} = \frac{٢+٠}{٥+٠}$

٢ $\left\{ \begin{array}{l} د - ب < ٠ \\ ل \text{ الباقي ايجابي فالكسر يزيد} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} < \frac{٢+٠}{٥+٠}$

ك $\left\{ \begin{array}{l} د - ب > ٠ \\ ل \text{ سلمي فالكسر ينقص} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} > \frac{٢+٠}{٥+٠}$

٣ $\left\{ \begin{array}{l} د - ب < ٠ \\ ل \text{ الصورة سلبية} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} < \frac{٢+٠}{٥+٠}$ ايجازيل سلبية والكسر يزيد

ك $\left\{ \begin{array}{l} د - ب > ٠ \\ ل \text{ والمخرج بفرض} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} > \frac{٢+٠}{٥+٠}$ سلمي ل ايجازيل ينقص

$$\frac{٢}{٥} < \frac{(٢-١)+٠}{(٥-١)+٠} \quad \frac{٢}{٥} > \frac{(٢-١)+٠}{(٥-١)+٠}$$

٤ $\left\{ \begin{array}{l} د - ب > ٠ \\ ل \text{ الصورة والمخرج} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} < \frac{٢+٠}{٥+٠}$ ايجازيل ايجابية والكسر يزيد

ك $\left\{ \begin{array}{l} د - ب < ٠ \\ ل \text{ ايجازيل بفرض} \end{array} \right.$ $\frac{٢}{٥} > \frac{٢+٠}{٥+٠}$ سلمي ل سلبية ينقص

$$\frac{٢}{٥} > \frac{(٢-١)+٠}{(٥-١)+٠} \quad \frac{٢}{٥} < \frac{(٢-١)+٠}{(٥-١)+٠}$$

مميزات

(١) اوجد عدداً لو جمع اليه سبعة و ١٠ ثم طرح منه نصفه لساوى

الباقي ثلثي العدد و ١٦

(٢) قال سليمان لامين اخبر عدداً وخذ مني مثله وخذ من حنا و ثم اسقط

نصف ما صار معك وانزل لي ما اخذته مني فيكون الباقي معك $\frac{١}{٢}$ د فهل

عرف سليمان ما اخبر اامين وكم اخبر

(٣) اي عدد لو جمع اليه سبعة و ١٠ ثم طرح منه نصفه ساوى الباقي

مضاعف مجموعه الى ٥

١٤) سليم و خليل بينهما اقبال = ب فصارا وكان السابق سليم يقطع د
ميلاً في الساعة و خليل ح ميلاً في كل ساعة ففي كم ساعة يدرك
خليل سليماً

(١٥) متى يدركه بفرض ب = د - ح = ا - ب . لو سلا .
ب = د - ح = ا - ب . لو سلا .
بين ذلك بالاعداد

(٦) نسبة مال سليم الى مال وديع : ٢ : ٣ ولو اضيف الى الاول ١٠
والى الثاني ١٥ صار ثلثه امدال الاول مضاعف الثاني فكم كان عند كل منهما

الفصل الرابع

في انواع المرحجات ونضايها وصورة حلها

(١٦٤) لا بد حل المجهول في المسائل الجبرية من يات ثلاثه مع
الكليات المعلومه اما بصورة مساواة ومعادلة كما رأيت واما بصورة مرحة
او عدم مساواة وهي عبارة جبرية تفيد عدم التساوي بين طرفيها بواسطة
الشارقي الارجمية او عدم المساواة مثالها ب = د و د = ب

المرحجات اما من معنى واحد وهي ما افادت جميعها الاكثرية
نقط او الاقلية فقط نحو ٦ < ٨ ٨ < ٦

و ٦ > ٨ ٨ > ٦

واما مختلفة المعنى وهي ما افاد بعضها الاكثرية وبعضها الاقلية نحو

٩ < ٥ ٥ < ٩

(١٦٥) ويجري العمل بهذه المرحجات باوليات ونضايها خاصة بها وهي
اولية ١ : اذا اضيفت مقادير متساوية الى مقادير غير متساوية فالجميع
الاعظم للجانب الاعظم مثلاً ٥ < ٤ اجمع ٣ الى الجانبين ٨ < ٧

ك < ل اجمع ب اليهسا ك + ب < ل + ب

ب + ٥ > ٣ د اجمع ٤ ب + ٩ > ٧ + د

اولية ٢ : اذا طرحت مقادير متساوية من مقادير غير متساوية فالباقي الاعظم من الجانب الاعظم

ب < ك اطرح د من الجانبين ب - د < ك - د

٨ > ١٤ ٥ ٠ منها ٩ > ٣

نتيجة ١ : اذا جمع الى جانبي مرتبة او طرح منهما مقدار واحد تبقى

على معناها مثلاً ٨ - ك ٢ < ٧ + ك ٦

اجمع الى الجانبين ٢ واطرح منهما ٧ ك

٨ - ك ٧ - ك ٢ - ٦ او ك < ٨

نتيجة ٢ : يمكن نقل الحدود من جانب الى آخر بشرط تغيير علاماتها

كما ترى في المثال السابق فان - ٢ صارت ٢ في الجانب الايسر و ٧ ك

صارت سلبية في الجانب الاول

اولية ٣ : اذا ضربت مقادير غير متساوية في كمية مثبتة واحدة

فالاحاصل الاعظم للجانب الاعظم مثلاً ك < ل ٢ > م ١٢ < ٥

اضرب في س ولكن غير صفر

س ك < س ل ٣ س > م س ١٢ س < ٥ س

نتيجة : يمكن ازالة الفارج المثبت بضرب طرفي المرتبة بعدادها الاصغر

وابقاء اشارة الاربعية بمعناها مثلاً

د < م ب < د ٤ م ٣ > ك ٢ د

اولية ٤ : اذا قسمت مقادير غير متساوية على كمية (مثبتة) واحدة

فالخارج الاعظم من المقسوم الاعظم مثلاً

٥ ب > ١٥ و س - د ٥ (س - د)

اقسم على ٥ وعلى ٥ - د وليكن ٥ - د

ب ٣ - د ٥

نتيجة: يمكن قسمة طرفي مرجحة على كمية موجبة دون تغيير معناها

مثلاً: ٥ < ٦٠ ومنها ١٢ < ١٢٠

(١٦٦) فذايا المرجحات: إذا ضرب جانباً مرجحة في كمية موجبة بنقلب معناها أي الحاصل الأعظم للطرف الأصغر

كـ ٥ - ل الضرب في ٥ - ٥ - ك > ٥ - ل

كذا يمكن كمية (موجبة) أقل من صفر ضرب فيها الجانبين

فيحصل كـ ٥ - ل بقلب إشارة الأعظمية إلى أصغرية

البرهان: كـ ٥ - ل بالمقابلة كـ ٥ - ل

وبما أن م أقل من صفر فحاصلها في كـ ٥ - ل أصغر من صفر إذا

م كـ ٥ - ل ومنها م كـ ٥ - ل

وعكس إذا ضربت ٥ < ٣ في ٤ نصير ٢٠ < ١٢

نتيجة: يمكن إزالة المخارج السالبة من طرفي مرجحة بضربها في

المخارج وعكس إشارة المرجحة

مثلاً: ٥ < ٣ - ٢ ضرب في ٢ - ب

١٠ < ١٠ - ٤

نتيجة: بما أن تبديل إشارات طرفي مرجحة من + إلى - وبالعكس

كالضرب في - يلزم عندئذ قلب إشارة المرجحة

مثلاً: كـ ٥ - ل < ٣ - ٢ - ١٢ > ٥ - ١٢

كـ + ل > ٣ - ٢ - ١٢ > ٥ - ١٢

قضية ١٢: إذا قسم طرفاً مرجحة على كمية موجبة أي أصغر من صفر

يعكس معناها مثلاً

٣ - ك > م اقسام على ٣ - ك < -

ب < م < د اقسام على ب < م < -

قضية ٣ : اذا جاءت مرجعتان من معنى واحد كل جانب منهما الى نظيره يحدث منها مرجعة من معناها ايضا

مثلاً ك < ل د < هـ اذا ك < د < ل + هـ

البرهان : بالمقابلة فيها ك - ل < - و د - هـ < -

فكل من كتي ك - ل و د - هـ اعظم من صفر ومجموعهما اعظم منه ومن كل معنا ايضا اي ك - ل + د - هـ < -

بالمقابلة ك + د < ل + هـ

قضية ٤ : اذا طرح مرجعة من اخرى من معناها كل جانب من نظيره لا تحدث دائماً مرجعة من معناها بل قد يتساوى الباقيان او يتقلب معنى الارجعية فيها

مثلاً ب < ل و د < م

من معناها ب < ل - م

فالباقى ب - د اما ب < ل - م

من عكس معناها ب < ل - م

كذا من ٧ < ٤ طرح ٣ < ١ الباقي ٤ < ٣

٨ < ٦ طرح ٤ < ٣ الباقي ٤ = ٤

٨ < ٤ طرح ٧ < ٣ الباقي ١ < ٢

لذلك يقتضي التحد من طرح مرجعتين

قضية ٥ : المرجعات الاتجاهية الطرفين اي كلا طرفيها اعظم من صفر تبقى معناها اذا رفيت الى قوة واحدة او جذرت من جذر واحد مثلاً

٥ < ٣ ٥ او ٢٥ < ٣ او ٩ و ١٢٥ < ٢٧

تنبيه : اذا لم يكن طريقا المرجحة انجايبين بل كان احدهما او كلاهما
اصغر من صفر لا يمكن تعيين معنى المرجحة التي تحدث منهما بالتقريب او
التقدير مثلاً — ٣ > ٥ — ٩ > ٢٥ — ٢ > ٣ — ٤٩ > ٩

(١٦٧) لنا من الاوليات والقضايا السابقة القواعد الآتية لحل
المرجحات : ١ المقابلة اي نقل المعلوم الى جهة والمجهول الى اخرى
ببديل العلامات وابقاء معنى الارجحية دائماً ٢ الجبر اي الضرب
في معدد الخارج باقواء معنى الارجحية اذا كان مثبتاً وقلب معناها اذا
كان المضروب فيه منفيك ٣ القسمة على المسمى المجهول مع ابقاء معنى
المرجحة ان كان المسمى مثبتاً او عكسه ان كان هذا منفيك

مثال ١ $٤ < ١٠ - ٢$ ك

بالجبر $٤٠ < ١٥ - ٢$ ك

بالمقابلة $٢٨ < ٢٥$ ك

مثال ٢ $٢ + ٤ < ٣ + ٥$ ك

اضرب في ١٢ $٤٠ + ٤٨ < ٣٦ + ٦٠$ ك

باصلاحها $٦ + ٤٨ < ١٢ + ٦٠$ ك

بالمقابلة $٦ < ١٢$ ك

ومن $٧ < ٦ + ١٠$ ك

اي $٦ < ٤$ ك

مثال ٣ $٧ < ٢٢$ ك

اضرب في ٣ — ٢١ < ٢٢ — ٢ — ١٥

بالمقابلة $٣٨ < ١٩$ ك

تقريب

١. هي قيمة المجهول في المعادلات الآتية

$$(١) \quad ٥ - ك - ٤ > ١٦ \quad (٢) \quad ٨ - ف - ٣ < ١٤$$

$$(٣) \quad ٣ + م < ٣ + م + ٧ \quad (٤) \quad \frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} > \frac{١}{٤}$$

$$(٥) \quad \frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} - ٦ < ٨ + \frac{١}{٥}$$

$$(٦) \quad ٥ + ك > ٥ + ك + \frac{١}{٢}$$

(٧) قطعة أرض مضاعف مساحتها الا ٦٠٠ ذراع اقل من مساحتها مع ٨٠٠ ذراع ولو زيد ٤٠٠ ذراع على ثلاثة امثاله مساحتها لكان المجموع اقل من اربعة امثالها الا ٧٠٠ فكم مساحتها

(٨) اي عدد يجمع نصفه واربعة اقل من ٧٥ ويجمع رابعه ٣٠

اقل من نصفه مع ١٥

(٩) مثل معلم عن عدد تلامذته فقال لو طرح ٧ من مضاعفه

لكان الباقي اعظم من ٢٩ ولو طرح ٥ من ثلاثة امثاله لكان الباقي اصغر من يجمع مضاعفه و١٦ فكم كانت تلامذته

(١٠) اي عدد لو جمع ١٦ الى ثلثه امثاله لكان المجموع اعظم من

يجمع مضاعفه و٣٤ ولو جمع ٥ الى خمسة اضعافه لكان المجموع اصغر من ١١

(١١) راع مثل عن عدد غنمه فقال اضعف ٢ الى ثلاثة امثاله

فيكون المجموع اعظم من مضاعفه و٦١ واخرج ٧٠ من خمسة امثاله فيكون الباقي اصغر من ثلاثة اربعة امثاله و٩ فكم كان عدد القطيع

الباب التاسع

في حل بقية معادلات ومساائل الدرجة الاولى

الفصل الاول

في حل مجهولين معادلتين

(١٦٨) لا بد حل مجهولين من معادلتين متوافقتين غير متلازميتين

وذلك للأسباب الآتية : ١ معادلة ذات مجهولين لا تعين قيمتهما مثلاً

$$٤ ن + ف = ١٢ \text{ ومنها } ف = ١٢ - ٤ ن$$

فلو فرضت $ن = ١$ لكانت $ف = ٨$ ولو فرضت $ن = ٤$ لكانت

$ف = ٤$ وهكذا تتغير قيمة $ف$ تبعاً لقيمة $ن$ المفروضة فلا بد من

معادلة أخرى لتعين بها قيمة $ن$ لتعين قيمة $ف$

٢ إذا كانت المعادلتان غير متوافقتين أي قيمة المجهول في أحدهما

غيرها في الأخرى مثل المجهولين مستحيل

$$\text{مثلاً } ٥ ك + ١٥ م = ٨ \quad (١)$$

$$٤ ك + ١٢ م = ١٠ \quad (٢)$$

بضرب (١) في ٤ و (٢) في ٥

$$\left\{ \begin{array}{l} ٢٠ ك + ٦٠ م = ٣٢ \\ ٢٠ ك + ٦٠ م = ٥٠ \end{array} \right. \text{ ومنها } ٣٢ = ٥٠$$

وذلك مستحيل فالمعادلتان متناقضتان لا يمكن حل المجهولين منهما

٣ إذا كانت المعادلتان متلازميتين أي أن أحدهما لازمة بلزوم

الأخرى كأن تكون حاصلة من ضربها بعدد واحد أو قسمتها عليه مثلاً

$$\begin{cases} (1) & 4 - ك -- ٨ = ١٢ \\ (2) & 3 - ك -- ٢ = ٣ \end{cases} \text{ ومنهما } ك = ٢ + ٣$$

فالاثنتان بتمام معادلة واحدة لا تكفي حسبا سبق لتعيين الجوهولين
(١٦٩) حل مجهول معادلتين : لنا ذلك خمس صور (١) المقابلة
(٢) التعويض (٣) افنا احد الجوهولين بتوحيد مسببه (٤) الضرب
المشطع او الدستور العام (٥) الضرب في كمية غير معدلة

(١٧٠) قاعدة المقابلة : خذ قيمة احد الجوهولين من المعلوم والمجهول الاخر
في كلا المعادلتين وقابل بينهما فنحصل معادلة ثالثة نستخرج منها قيمة
الجوهول الثاني ثم عوض عن هذا الجوهول بقيمته فنعرف قيمة الاخر مثلاً

$$\begin{cases} ك - ن = ٤ \\ ١٥ = ن - ٢ - ك \end{cases} \text{ ومنها } ن = ٤ - ك$$

وبالمقابلة بينهما $ك - ٤ = ١٥ - ٢ - ك$ ومنها $ك = ١١$

ثم بالتعويض عن $ك$ بقيمتها $ن = ١١ - ٤ = ٧$

مثال اخر $٥ - ك - ٧ = ١٩$ (١)

(٢) $٣ + ك - ٢ = ٣٠$

من (١) $ك = ١٩ - ٥ + ٧$ بالمقابلة بين القيمين

ومن (٢) $ك = ٣٠ - ٣ + ٢$ $\frac{١٩ - ٥ + ٧}{١} = \frac{٣٠ - ٣ + ٢}{١}$

ومنها $٣ = ٣$ ثم بالتعويض $ك = \frac{٣٠ - ٣ + ٢}{١} = ٢٩$

(١٧١) قاعدة التعويض : خذ قيمة احد الجوهولين من المعلوم والمجهول

الاخر في احدى المعادلتين ثم عوض بها عند في الثانية فنحصل معادلة ثالثة

ذات مجهول واحد نستخرج منها قيمته ثم نعلم الاخر كما سبق مثلاً

$$(1) \quad ٥ - ك + ٩ = ٢٢$$

$$(2) \quad ٣ + ك + ٩ = ٢١ \text{ ومن هذه المعادلة}$$

ل = ٩ - ٣ ك (٣) عوض بها عن ل في المعادلة (١)

$$٥ ك + ٤ (٩ - ٣ ك) = ٢٢ ومنها ك = ٢$$

بالنعويض عن ك بقيمتها في (٣) ل = ٩ - ٣ = ٦

مثال آخر ٣ م - ٢ ي = ٥ (١)

$$٩ م + ٤ ي = ٢٥ (٢)$$

من (١) م = $\frac{٥ + ٢ ي}{٣}$ (٣) وبالنعويض بهذه القيمة عن م في (٢)

$$٢٥ = ٩ \left(\frac{٥ + ٢ ي}{٣} \right) + ٤ ي ومنها ي = ٢$$

بالنعويض عن ي بقيمتها في (٣) م = ٣

(١٧٢) قاعدة اذا اُخذ أحد الجيوليين ، اذا كان مسمى أحد الجيوليين متساويا

في المعادلتين فأنه بطرحهما او جمعهما حسب مشابهة اشارته فبهما

او اختلافهما والا فاضرب كل معادلة في مشابه من الاخرى فتوجد

مساواة ثم اتم العمل كما سبق

$$\text{مثال ١} \quad ك + ي = ٢٢ \quad (١)$$

$$ك - ي = ٨ \quad (٢)$$

مسمى ي واحد في المعادلتين واشارتهما مختلفتان فبهما لذلك نلحق بجمعهما

$$\text{اي} \quad ٢ ك = ٣٠ \quad \text{ثم} \quad ك = ١٥$$

كذا مسمى ك واحد في المعادلتين واشارتهما متشابهة فبهما فنلحق بطرحهما

$$\text{اي} \quad ٢ ي = ١٤ \quad \text{ثم} \quad ي = ٧$$

$$\text{مثال (٢)} \quad ٥ ل + ٣ م = ٣٠ \quad (١)$$

$$٧ ل + ٢ م = ٣١ \quad (٢)$$

ليكن م الجيول المطلوب التاؤه فاضرب المعادلة (١) في ٢ و (٢) في ٣

$$\left. \begin{array}{l} ١٠ ل + ٦ م = ٦٠ \quad (٣) \\ ٢١ ل + ٦ م = ٩٣ \quad (٤) \end{array} \right\} \text{ بطرح (٣) من (٤)}$$

$$١١ ل = ٣٣$$

أي ل = ٣ وبالعويض في (١) $١٥ + ٣ = ٣٠ = م$ $٣٠ = م$
 تنبيه ١ : إذا كان مسمى أحد المجهولين في معادلة ضلعاً من مساه
 في الثانية اضرب المعادلة الأولى في الضلع الآخر من مسمى المجهول في الثانية

$$٣ ل + ٢٠ = ١٦ \quad (١)$$

$$٧ ل + ٨ = ٤٤ \quad (٢) \quad \text{اضرب (١) في ٤}$$

$$١٢ ل + ٨٠ = ٦٤ \quad (٣) \quad \text{بطرح (٢) من (٣)}$$

$$٥ ل = ٢٠ \quad \text{ول} = ٤ \quad \text{وبالعويض نـ} = ٢$$

تنبيه ٢ : إذا كان بين المسمين ماد فاضرب كل معادلة في مسمى المجهول
 المراد التاؤه في الأخرى مقسوماً على ذلك العدد الأكبر مثلاً

$$١٥ ك - ١٢١ ي = ١٥ \quad (١) \quad \text{مسمى ك} = ١٨ \times ٣$$

$$٣٦ ك - ٧٧ ي = ٢١ \quad (٢) \quad \text{مسمى ك} = ١٨ \times ٢$$

اضرب (١) في ٢ وفي ٣

$$١٠ ك - ٢٤٢ ي = ٣٠ \quad \text{بطرحها}$$

$$١٠ ك - ٢٣١ ي = ١١ \quad ٢٣ = ي$$

ومنها ي = ١١ ثم بالعويض عنها ك = ٣٣

وهذه الطريقة أحصر من الأولى لسهولة التخلص من الخارج رأساً

$$\text{مثال} \quad ب ك + د م = ص \quad (١)$$

$$ب ك + د م = ص \quad (٢)$$

اضرب (١) في ب و (٢) في ب

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٣)$$

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٤) \quad \text{بطرح (٤) من (٣)}$$

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٤)$$

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٤)$$

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٤)$$

$$ب ب ك + ب د م = ب ص \quad (٤)$$

(١٧٣) قاعدة الدستور العام : كيفما تنوعت هيئات المعادلات يمكن ردها الى هيئة المثال السابق بالجبر وضم السميات وانما من نتيجة حله الدستور العام حل مجهولي معادلتين وهو

اضرب السميات على شكل منقطع واجعل فضلها مخرجاً مشتركاً
التي هي المجهولين ثم عوض عن مسمى المجهول المطلوب فحينئذ بالحد المعلوم
المقابل له في نفس المعادلة فتكون لك صورة تقيده مثال ذلك

اضرب السميات على الشكل المنقطع

فلخرج المشترك بـ د — ب د

ثم اذا اردت استخراج قيمة د عوض عن ب مساها في المعادلة الاولى
بالحد المعلوم منها ص وعن ب مساها في الثانية . بالحد المعلوم فيها ص
فتكون الصورة

$$\text{ص د} - \text{ص د} = \text{د} \text{ اذا } \text{ك} = \frac{\text{ص د} - \text{ص د}}{\text{ب د} - \text{ب د}}$$

واذا طلب استخراج قيمة د فموضع المخرج عن د مسمى ص بالعلوم ص
وعن د بالكمية ص الحد المعلوم في نفس المعادلة فتكون الصورة

$$\text{ب ص} - \text{ب ص} = \text{و ي} = \frac{\text{ب ص} - \text{ب ص}}{\text{ب د} - \text{ب د}}$$

وترى انه لا فرق في ترتيب فضل الماصلين ب د — ب د لان
الصورة تتبع نفس الترتيب وفيما الكسر لا يتغير بتغير اشارات الصورة والمخرج

$$\text{مثال اخر } \text{ك} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}}$$

$$\text{المخرج } \text{ك} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}}$$

$$\text{صورة ك} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}} = \frac{\text{م} - \text{م}}{\text{م} - \text{م}}$$

$$٥٣ = ٤ \times ٢ - ٢٠ \times ٣ \text{ صورة م}$$

$$٤ = \frac{٥٣}{١٣} = \text{ي} \quad ٤ = \frac{٥٣}{١٣} = \text{ك}$$

$$٣ \times ٥ \quad ١٩ = \text{م} + ٣ \times \text{ك} \quad \text{الخر}$$

$$٨ = \text{م} - ٢ \times \text{ك} \quad ٧$$

$$\frac{٨ \times ٥ - ١٩ \times ٧}{(٢ -) \times ٥ - ٣ \times ٧} = \text{م} \quad \frac{(٢ -) \times ١٩ - ٣ \times ٨}{(٢ -) \times ٥ - ٣ \times ٧} = \text{ك}$$

$$٣ = \text{م} \quad ٢ = \text{ك}$$

(١٧٤) قاعدة الضرب في كمية غير معينة. — وفي الفرنسية نادر استعمالها لكن

$$(١) \quad ١٨ = ٣ + \text{ك} \quad ١٨$$

$$(٢) \quad ٢٨ = ٥ + \text{ك} \quad ٢٨$$

اضرب احدي المعادلتين ولكن الاولى منهما في س (كمية غير معينة)

$$(٣) \quad ٢ \text{ من } ٣ + \text{ك} = ٦ \text{ من } ١٨ = \text{ي}$$

$$\text{اطرح (٢) من (٣)}$$

$$(٢ \text{ من } ٣) + \text{ك} - (٥ \text{ من } ٣) = \text{ي} - ١٨ \text{ من } ٢٨$$

وبما ان س كمية غير معينة يمكننا ان نجعل لها قيمة بشرى بها مسمى

احد الجهولين. لكن مسمى ك ونجعل

$$٢ \text{ من } ٣ - ٥ = ٠ \quad \text{اي } ٢ \text{ من } ٣ = ٥$$

$$\text{فتصير المعادلة (٣) } ٥ - ١٨ = \text{ي} \quad ٢٨ \text{ من } ٢٨$$

$$\text{ومنها } ٥ - ١٨ = \text{ي}$$

$$٥ - ٣$$

ثم بالتعويض عن س بقيمتها $\frac{٥}{٢}$

$$٢ = \frac{٢٨ - \frac{٥}{٢} \times ١٨}{٥ - \frac{٥}{٢} \times ٣} = \text{ي}$$

ونتم العمل حسبما سبق بالتعويض عن ك في احدىهما (الاولى مثلاً)

$$٢ ك + ١٨ = ٦ = ٦$$

لنا من ذلك هذه القاعدة : اضرب احدى المعادلتين في كمية غير معينة وجمعهما او طرحهما عين للكمية المضروب فيها فيسقط يقضى بها مسمى احد الجهولين واستعلم قيمة الجهول الاخر ثم عوض عن هذا بقيمته في احدى المعادلتين واستخرج قيمة الجهول الاول

(١٧٥) : لا بد في كل الاصول السابقة من تحويل كلا المعادلتين قبل الحل الى صورة بسيطة فنصلح سميات كل مجهول ونجعل الجهولين في جانب واحد المعلوم في اخر مثلاً

$$(١) \quad ٥(ك + ٢ ي) - (٤ ك + ١٢ ي) = ١٣$$

$$(٢) \quad ٦ ك - ٨ ي - ٣(ك - ٣ ي) = ٣٢$$

$$\text{باصلاح الاول } ٥ ك + ١٠ ي - ٤ ك - ١٢ ي = ١٣$$

$$(٣) \quad ١٣ = ٢ ي - ك$$

$$\text{باصلاح الثانية } ٦ ك - ٨ ي - ٣ ك + ٩ ي = ٣٢$$

$$(٤) \quad ٣ ك + ٢ ي = ٣٢$$

$$(٥) \quad ٦ ك + ٢ ي - ٢ = ٦٤$$

$$\text{اجمع (٣) و (٥) } ٧ ك = ٧٢$$

$$\text{بالتعويض عن ك في (٣) } ١٣ = ٢ ي - ١١$$

$$(١١) \quad ٢ ي = ٢٤$$

$$(١٢) \quad ٦ ك + ٢٤ - ٢ = ٦٤$$

$$\text{بالجبر فيها } ٦ ك + ٢٢ = ٤٠$$

$$٢٠ ك + ٧٥ - ٢٢ = ٤٠$$

$$(٣) \quad \text{باصلا حغا} \quad ٤٥ - ٩ - ٤$$

$$(٤) \quad - ٢٩ + ٦٣ - ٢٠ -$$

$$(٥) \quad \text{اضرب (٣) في ٧} \quad ٣٥ - ٦٣ - ٢٨$$

$$\text{اجمع (٤) (٥)} \quad ٦ - ٤٨ - ٨$$

$$\text{عوض عن ك بقيتها في (٣)} \quad ٤٠ - ٩ - ٤ - ٤$$

(١٧٦) تنبيه : يحسن في معادلات بالصور الاليفة حل مكافؤ الجيول

وابجراء العمل عليه كالجيول حسب القواعد السابقة وبتدليل تحت الجيول

$$\text{مثال ١} \quad ١ = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$(٢) \quad ٣ = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤}$$

وحد مسمى $\frac{١}{٤}$ بضرب (٢) في ٣ او مسمى $\frac{٣}{٤}$ بضربها في ٤

$$(٣) \quad ٩ = \frac{٩}{٤} + \frac{٣}{٤}$$

$$\text{اجمع (١) و (٣)} \quad ١٠ = \frac{١٠}{٤} \quad \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤} \quad ٢ = \frac{٢}{٤}$$

بالعوض عن ك في (١) $٤ - \frac{١}{٤} = ١$ ومنها $٣ =$

$$\text{مثال ٢} \quad ٢ - ٤ = ٤ - ٤$$

$$(٢) \quad ٩ = \frac{٩}{٤} - \frac{١}{٤}$$

$$\text{بقسمة (١) على ك} \quad ٤ = \frac{٤}{٤} + \frac{١}{٤} -$$

$$(٤) \quad ١٦ = \frac{١٦}{٤} + \frac{١}{٤} -$$

$$\text{اجمع (٢) و (٤)} \quad ٢٥ = \frac{٢٥}{٤} \quad \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}$$

$$\text{عوض عن ك في (٢)} \quad ٩ - ١٥ = \frac{٩}{٤} - \frac{١}{٤}$$

تقریب

$$٣٩ = م - ل٩ \quad (٣) \quad ٩ = ل - ن٢ \quad (٢) \quad ١٠ = ن٤ + ك٢ \quad (١)$$

$$٥٩ = م٩ + ل٢ \quad ٢٨ = ل٨ - ن٥ \quad ١ = ك - ن٣$$

$$٢٩ = ی٧ + م١٥ \quad (٦) \quad ٢٢ = م٨ + ن٤ \quad (٥) \quad ١٨ = م٣ + ك١ \quad (٤)$$

$$٣٩ = ی١٥ + م٢ \quad ٣٥ = م١١ + ن٣ \quad ١٧ = م + ك٤$$

$$٧٨ = ن١٨ + ل١٥ \quad (٨) \quad ٦٣ = ل٢١ - ی٣٥ \quad (٧)$$

$$٤٦ = ن٣٠ - ل١٩ \quad ٤٦ = ل١٩ - ی٢٨$$

$$٢ = ی٣ - ك٨ \quad (١٠) \quad ٢٤ = ن٩ - م٢١ \quad (٩)$$

$$٣٣ = ی١٣ - ك٣٦ \quad ٩٢ = ن١١ + م٣٥$$

$$ل = ١٨ + ن \quad (١٢) \quad ٨ = ك ی \quad (١١)$$

$$٦١ = ل٥ + ن٣ \quad ٣٧ + ی١٧ = ك١١$$

$$٠ = \frac{٧}{٢} - \frac{٤٥}{٢} \quad و \quad ١٠ - ی٥ - ك٥ = \frac{٧}{٢} + \frac{٤}{٢} \quad (١٣)$$

$$٥٨ = \frac{ی}{١٠٤٧} + \frac{ك}{١٩٢٥} \quad ١٠٠٠ = ی + ك \quad (١٤)$$

$$\frac{٥ - ن٣}{٢} = \frac{١٠ + ك}{١٠} = \frac{ن - ك}{٨} \quad (١٥)$$

$$\frac{١٤}{١٤} = \frac{٤ + ك}{٧} = \frac{ی - ٨}{٦} \quad (١٦)$$

$$٠ = ١٠ - ی٢٥ - ك٥ = \frac{٧٢}{٢} - \frac{٤}{١١} \quad (١٧)$$

$$٤٣ = \frac{٢٢}{٥} + \frac{٤}{٥} \quad (٢٠) \quad ٢ = \frac{٨}{٥} + \frac{٢}{٥} \quad (١٩) \quad ٧٩ = \frac{١١}{٥} + \frac{٤}{٥} \quad (١٨)$$

$$٤١ = \frac{٢٢}{٥} - \frac{٤}{٥} \quad (٢٣) \quad ١ = \frac{٢٣}{٥} + \frac{٢٥}{٥} \quad (٢٢) \quad ٧ = \frac{٢}{٥} - \frac{٥}{٥} \quad (٢١)$$

$$١ = \frac{٢}{٥} + \frac{٤}{٥} \quad (٢٤) \quad \frac{٤}{٥} = \frac{٢}{٥} + \frac{٢}{٥} \quad (٢٥) \quad ١ = \frac{٢}{٥} + \frac{٤}{٥}$$

$$3 + (ن + ي) 2 = (ن - ٥) 3 \quad (٢٤)$$

$$١١ + (ن - ي) ٥ = (ن - ٢) ٤$$

$$١١٢ + (٩ - ك) ١١ + ي = (٧ + ك) ١٥ \quad (٢٥)$$

$$١ + ك ٣ = ١٠ + ي ٢$$

$$\frac{٥٢}{١٢٢} = \frac{١}{٢٢} + \frac{١}{٢١} \quad (٢٦)$$

$$\frac{١٢٢ + ك ١٢٢}{١٠} - ٣٨ = ي + ك$$

$$\frac{٢١٧ + ١٨ - ك ١٢٨}{٢ + ي ٣ - ك ٨} = ١ - ي ٦ + ك ١٦ \quad (٢٧)$$

$$\frac{٥٤}{١ - ي ٢ + ك ٣} = \frac{٣٥ - ي ١٠ + ك ١٠}{٢ + ي ٢ + ك ٢}$$

الفصل الثاني

في حل مجاهيل متعددة

(١٧٢) يشترط لحل مجاهيل متعددة وجود معادلات قدر عدد المجاهيل
وغير متلازمة وغير متناقضة

أولاً: معادلات أقل من عدد المجاهيل لا تكفي لتعيين قيمتها مثلاً

$$(١) \quad ٣ + ك + ي - ٥ = ٨$$

$$(٢) \quad ٦ - ي + ٤ = ٨$$

أي معادلتان وثلاثة مجاهيل ك و ي وف ا فيسة ك من المعادلة (٢)

ك - ٦ - ي - ٤ = ٨ وبالتعويض بهذه القيسة عن ك في (١)

$$٣ + (٦ - ي - ٤) + ي - ٥ = ٨$$

أي معادلة واحدة ذات مجهولين وهي لا تكفي

كما سبق برهانه حلها فلا بد لذلك من وجود معادلة ثالثة

ثانياً المعادلات المتلازمة مع الأخرى السببية الناتجة منها لا عدة

$$(١) \quad ٥ \text{ ك} - ٣ \text{ ي} - ٢ \text{ ف} = ١٦$$

$$(٢) \quad ١٢ \text{ ك} + ١٧ \text{ ي} + ٤ \text{ ف} = ٦٧$$

$$(٣) \quad ٢ \text{ ك} + \text{ ي} = ٩$$

$$(٤) \quad \text{اضرب (١) في ٢} \quad ١٠ \text{ ك} - ٦ \text{ ي} - ٤ \text{ ف} = ٣٢$$

اجمع (٢) و(٤) $٢٢ \text{ ك} + ١١ \text{ ي} - ٩ \text{ ف} = ٩٩$ وهي نتيج ذات المعادلة (٣) فتكون معادلة واحدة لحل مجهولين وهي غير كافية لحل والمعادلة الثالثة لم تنقد شيئاً لأنها لازمة بلزوم الأخرين لذلك لا عدة لوجودها

ثالثاً إذا كانت المعادلات المفروضة متناقضة فالسؤال فاسد والحل

$$(١) \quad \text{مستحيل مثلاً} \quad ٢ \text{ ك} + ٢ \text{ م} - ١٢ = ١٢$$

$$(٢) \quad ٥ \text{ ك} + ١١ \text{ م} + ٣ \text{ ل} = ٥٤$$

$$(٣) \quad ٨ \text{ ك} + ١٧ \text{ م} = ١٠٨$$

$$(٤) \quad \text{بضرب (١) في ٣} \quad ٣ \text{ ك} + ٦ \text{ م} - ٣٦ = ٣٦$$

$$\text{يجمع (٢) و(٤)} \quad ٨ \text{ ك} + ١٧ \text{ م} = ٩٠$$

وهذه المعادلة تنافض المعادلة الثالثة إذ لا يصح أن يكون $١٠٨ = ٩٠$ فالسألة فاسدة والحل مستحيل

(١٧٨) تحول المجاهيل عدة معادلات بالطرفي السابقة لحل مجهولين

التعويض : خذ قيمة أحد المجاهيل من معادلة وعوض بها عنه في بقية المعادلات فتتقص معادلة وبقي مجهول ثم أتم العمل هكذا في المعادلات الحاصلة والمجاهيل الباقية حتى يتحول العمل إلى معادلتين ومجهولين فتحلها حسب القواعد السابقة

$$\left. \begin{array}{l} (١) \quad ٢ + ك + م - ٤ = ل - ٥ - ن - ١٤ \\ (٢) \quad ٤ = ١٠ - ل - ٢ - م - ٢ + ك \\ (٣) \quad ٣ - ك - ٤ = م - ل - ٣ - ن - ١ \\ (٤) \quad ٤ = ك + م + ل - ٢ - ن - ٢٤ \end{array} \right\}$$

استعلم قيمة ك من إحدى المعادلات ولكن الثانية

$$ك = ٤ + ١٠ - ن - ٢ - م - ٢ - ل \quad (٥)$$

عوض عن ك في بقية المعادلات بقيمتها وأصلح ما يكون فينتج

$$\left\{ \begin{array}{l} (٦) \quad ٢٥ - ن - م - ٨ = ل - ٦ \\ (٧) \quad ٣٣ - ن - ١٠ - م - ٧ = ل - ١١ \\ (٨) \quad ٩١ - ن - ٧ - م - ٦ = ل - ٨ \end{array} \right.$$

بقيت ثلاث معادلات وثلاثة مجهولين فنحذف قيمة م من أحدها (٦)

$$م = ٢٥ - ن - ٨ - ل - ٦ \quad (٩)$$

عوض عن م في بقية المعادلات بقيمتها وأصلح ما يكون فينتج

$$\left\{ \begin{array}{l} (١٠) \quad ٧٣ - ل - ٢١٧ - ن = ٧١ \\ (١١) \quad ٥٠ - ل - ١٣٤ - ن = ٣٤ \end{array} \right.$$

أي معادلتان ومجهولان ونجملها حسب سبق $٢ = ل - ١ - ن$

وبالتعويض عن ن ول بقيمتها في (٩)

$$م = ٢٥ - ١٦ - ٦ - ٢ = ٣$$

وبالتعويض عن ن ول وم بقيمتها في (٥)

$$ك = ٤ + ١٠ - ٦ - ٢ - ٣ - ٤ = ٩$$

(١٧٩) توحيد المتغيرات : ألحق المجهول بتوحيد مسميه في معادلتين ثم جمعها أو طرحها تبعاً للاختلاف أشارت فيها أو مشابهتها ثم افقه على الطريقة ذاتها من معادلتين ومجهولين الآخرين وهكذا الى أن نقول

المعادلات الى معادلتين وتجهولين فستخرج فينتهيها وتم العمل كما سبق

مثاله ٥ ك - ٧ م + ٣ ن = ٤ (١)

٩ ك + ٤ م - ٥ ن = ٣٠ (٢)

٢ م - ٣ ك + ٦ ن = ١ (٣)

خذ المعادلتين (١) و (٢) وان م : اضرب (١) في ٤ و (٢) في ٧

من (١) ٢٠ ك - ٢٨ م + ١٢ ن = ١٦

من (٢) ٦٣ ك + ٢٨ م - ٣٥ ن = ٢١٠

ومنهما ٨٣ ك - ٢٢ ن = ٢٢٦

ثم خذ المعادلتين (٢) و (٣) وان م : اضرب (٣) في ٢

من (٢) ٩ ك + ٤ م - ٥ ن = ٣٠

من (٣) ٤ م - ٦ ك + ١٢ ن = ٢

ومن طرحها ١٥ ك - ١٧ ن = ٢٨

فلما من ذلك معادلتان ١ و ٢ وتجهولان ك ون وبجهاها كما سبق

ك = ٣ ن = ١ وبالتعويض عن ك ون في (٣)

٢ م - ٩ = ٦ = ١ ومنها م = ٢

اما طريقنا الضرب في كبة غير معينة والضرب المنقطع او الدستور

العام سنوردها تمامًا لفائدة المطالعين والراغبين في الجبر الاعلى وهندسة

الاجسام في الفصل الاقي (١٨٦ و ١٨٧)

تجريب

(١) ٧ = ٢ ك + ١ ن + ٣ ٤ = ٣ ك + ٤ ن + ١ ١١ = ٢ ك + ٣ ن + ١

(٢) ١ = ٣ ك + ٢ ن - ١ ٢ = ٢ ك + ٣ ن - ٢ ٩ = ٣ ك + ٢ ن - ٩

(٣) ٦ = ٢ ك + ٣ ن + ١ ٢٠ = ٣ ك + ٤ ن + ١ ٣١ = ٢ ك + ٣ ن + ١

(٤) ١٦ = ٣ ك + ٢ ن + ١ ١ = ٢ ك + ٣ ن - ١ ٢٨ = ٣ ك + ٢ ن + ١

$$(٥) \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ٧ \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ٨ \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ٩$$

$$(٦) \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ١٦ \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ١٧ \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ١٨$$

$$(٧) \quad \frac{\text{ك}}{١} + \frac{\text{ه}}{١} = \frac{\text{ن}}{١} + \frac{\text{ي}}{١} = \frac{\text{ك} + \text{ه}}{١}$$

$$(٨) \quad \text{ي} - ١ = \text{ك} - ٢ = \text{ن} - ٣ = \text{ه} - ٤$$

$$(٩) \quad \text{م} + \frac{\text{ك}}{٢} + \frac{\text{ه}}{٢} = ١٢٠ \quad \text{ن} + \frac{\text{ك}}{٣} + \frac{\text{ه}}{٣} = ٧٨ \quad \text{ك} + \frac{\text{ه}}{٤} + \frac{\text{ن}}{٤} = ٦١$$

$$(١٠) \quad \text{ك} - \text{ه} = \text{ن} + \text{ي} - ٧ = \text{ك} - ١١ + \text{ف} + \text{د} = \text{ن} + \text{ي} - ٣$$

$$(١١) \quad \left. \begin{aligned} \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} &= ٠ \\ \text{ب} + \text{ح} + \text{ك} + \text{ب} + \text{د} + \text{ي} + \text{ح} + \text{د} + \text{ل} &= ١ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ك} + \text{ب} + \text{ح} &= ٠ \\ \text{ك} + \text{ب} + \text{د} + \text{ي} + \text{ف} + \text{د} + \text{ل} &= ١ \end{aligned} \right\}$$

$$(١٢) \quad \text{ك} + \frac{\text{ه}}{٢} + \frac{\text{ن}}{٢} = ١٠ \quad \text{ك} + \frac{\text{ه}}{٣} + \frac{\text{ن}}{٣} = ٩ \quad \text{ك} + \frac{\text{ه}}{٤} + \frac{\text{ن}}{٤} = ٨$$

$$(١٣) \quad \frac{\text{ك}}{١} - \frac{\text{ه}}{١} - \frac{\text{ن}}{١} = \frac{\text{ك}}{٢} + \frac{\text{ه}}{٢} = \frac{\text{ك}}{٣} - \frac{\text{ه}}{٣} - \frac{\text{ن}}{٣}$$

$$(١٤) \quad \frac{\text{ك}}{١} + \frac{\text{ه}}{٢} + \frac{\text{ن}}{٣} = ٢ \quad \frac{\text{ك}}{٢} + \frac{\text{ه}}{٣} + \frac{\text{ن}}{٤} = ١$$

$$(١٥) \quad \frac{\text{ك}}{٣} + \frac{\text{ه}}{٤} + \frac{\text{ن}}{٥} = ٣١ \quad \frac{\text{ك}}{٤} + \frac{\text{ه}}{٥} + \frac{\text{ن}}{٦} = ٢$$

$$\frac{\text{ك}}{٥} + \frac{\text{ه}}{٦} + \frac{\text{ن}}{٧} = ٢٥ \quad \frac{\text{ك}}{٦} + \frac{\text{ه}}{٧} + \frac{\text{ن}}{٨} = ٢$$

$$(١٦) \quad \text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٢ \quad \text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٣ \quad \text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٤$$

$$\text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٥ \quad \text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٦ \quad \text{ك} - \text{ي} + \text{ن} - \text{م} = ٧$$

الفصل الثالث

في صور خصوصية الاختصار

نعرض بعض صور خصوصية قابلة للتبسيط والاختصار في العمل
فيقتضي الانتباه إليها قبل المباشرة بالحل حسب القاعدة العمومية منها
١ فقدان بعض الجاهيل في بعض المعادلات ٢ سهولة حلها على
قواعد النسبة ٣ قرن معادلتين أو أكثر معاً قبل توحيد المسميات

لاستحصال ما هو اسلمح لانهاء المجهول ٤ وجود المعادلات على نظام دوري
(١٨٠) نقصان بعض المجاهيل في بعض المعادلات : لنا في هذه الصورة
قاعدتان اولاً تعتبر المعادلة التي لا تحوى احد المجاهيل كأنها ناتجة من
غيرها بعد اتمامه فيبدأ بحل المجاهيل الموجودة في بقية المعادلات
وبانتهاء ذلك المجهول من المعادلات الاخرى لاستحصال معادلات من نوعها
ثانياً اذا وجدت بعض معادلات كافية لحل مجاهيلها يبدأ بحلها
دون سواها مثلاً

$$\text{ك} - ٢ = \text{ي} - \text{ل} = ٢ \quad (١)$$

$$٣ - \text{ك} = \text{ي} \quad ١٢ = \quad (٢)$$

$$٢ - \text{ك} + ٣ = \text{ي} + \text{ل} = ٢٣ \quad (٣)$$

ترى ان المعادلة الثانية لا تحوى على المجهول ل فيجب حل ك و ي
لهذا يقتضي اتمام ل من (١) و (٢) لاستحصال معادلة اخرى نظير (٣)

$$\text{فلما يجمع (١) و (٢)} \quad ٣ - \text{ك} + ٥ = \text{ي} = ٣٠ \quad (٤)$$

ثم نحل ك و ي من المعادلتين (٢) و (٤) فيطرحهما

$$٦ - ١٨ = \text{ي} - ٣ = \text{و} \quad ٣ = \text{و} \quad \text{وبالتعويض عن ي في (٢)}$$

$$١٢ = ٣ - ٢ = ١٠ \quad ١٠ = \text{ك} \quad ٥ = \text{و}$$

ثم بالتعويض عن ك و ي في (١) بقيتنيهما

$$\text{ل} = ٥ = ٦ - ٢ = ٤$$

$$\text{مثال ٢} \quad ٣ - \text{ك} - ٢ = \text{ي} = ٦ \quad (١)$$

$$٥ = \text{ك} \quad ٢٠ = \quad (٢)$$

المعادلة (١) كافية لحل ك فلما منها ك = ٤ ثم بالتعويض في

المعادلة (٢) عن ك بقيتنيها ١٢ - ٢ = ي = ٦ ومنها ي = ٣

$$\text{مثال (٣)} \quad \text{ك} + \text{ل} + \text{م} - \text{ي} = ٢ \quad (١)$$

$$\text{ك} + \text{ل} + ٢ = \text{م} \quad ١٦ = \quad (٢)$$

$$(٣) \quad ٨ = ٢ك + ل$$

$$(٤) \quad ١٣ = ٥ك + ف$$

$$(٥) \quad ١٨ = ٢ك + ٣ل$$

تري ان المجهول ف لا يوجد الا في (٤) و (٥) فيجب اخذاه منها
لاستحصال معادلة اخرى من نوع البقية لذلك اضرب (٤) في ٢

$$(٦) \quad ٢٦ = ١٠ك + ٦ل$$

$$(٧) \quad ٨ = ١٠ك - ٣ل \quad \text{وبطرح (٥) منها}$$

لنا الان اربع معادلات الثلاثة الاول والسابعة واربعة مجاهيل غير
ان (٣) و (٧) معادلتان تحتويان على مجهولين فقط يمكن حلها بسهولة

$$\text{اضرب (٣) في ٣} \quad ٢٤ = ٦ك + ٣ل \quad (٨)$$

$$\text{اجمع (٧) و (٨)} \quad ١٦ك = ٣٢ \quad \text{وك} = ٢$$

ثم بالتعويض عن ك في (٣) لنا $٨ = ٤$ ثم بالتعويض عن ك ول في (٢)
م $= ٥$ و بالتعويض عن ك ول وم في (١) لنا $١ = ٩$ و بالتعويض
عن ك في (٤) لنا $٣ = ٢$

(١٨١) سهولة الحل على قواعد النسبة : أجد بقواعد النسبة او نظريات الكسر
السابقة معادلة غير المفروضة توافق أكثر منها الحل باناء المجهول مثال (٤)

$$(١) \quad \frac{ك}{ب} = \frac{ل}{د}$$

$$(٢) \quad ٨ = ٢ك + ل$$

تري ان المعادلة (١) تحوى على مجهولين ويسهل بواسطة القاعدة

(٨٠ نظ ٤) ايجاد معادلة أكثر موافقة لانباء احد المجهولين وهي

$$(٣) \quad \frac{٨+ك}{٢+ب} = \frac{ل}{د} \quad \text{بالتعويض فيها عن ك} \quad ٢ك + ل$$

$$\frac{٨}{٢+ب} = \frac{ل}{د} \quad \text{وكذا} \quad \frac{٨}{٢+ب} = \frac{ك}{ب}$$

$$\frac{ب+د}{د} = ل \quad \frac{ب+د}{د} = ل$$

$$(٢) \quad \frac{م}{ط} = \frac{ل}{د} \quad (١) \quad \frac{ل}{د} = \frac{ب}{ب}$$

$$(٣) \quad ح ك + ت ل + ص م = س$$

$$\text{لنا حسب أولية (١)} \quad \frac{م}{ط} = \frac{ل}{د} = \frac{ب}{ب}$$

وحسب قاعدة النسبة (١٠٨) أو نظرية الكسر (٧) يمكننا إيجاد
معادلة النسب لاختفاء المجهولات كما يأتي الضرب الكسر الأول في ح والثاني
في ت والثالث في ص

$$(٤) \quad \frac{م}{ط} = \frac{ل}{د} = \frac{ك}{ب} = \frac{ح ك + ت ل + ص م}{ح ب + ت د + ص ط}$$

وبالتعويض بهذه المعادلة عن ح ك + ت ل + ص م

$$\frac{م}{ط} = \frac{ل}{د} = \frac{ك}{ب} = \frac{س}{ح ب + ت د + ص ط}$$

$$\text{ومنها} \quad \frac{ك}{ب} = \frac{س}{ح ب + ت د + ص ط}$$

$$\frac{د س}{ب ح + ت د + ص ط} = ل$$

$$\frac{ط س}{ب ح + ت د + ص ط} = م$$

$$(١) \quad \frac{١}{\frac{١}{د} - ن} = \frac{١}{\frac{١}{ب} + ن} \quad \text{مثال ٦}$$

$$(٢) \quad ١ = \left(\frac{١}{د} - ١ \right) \frac{١}{ب}$$

بما ان صورتى الكسرين في المعادلة (١) متساويتان فلنخرجان
متساويتان وبإسقاط ك من كل منهما

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}$$

وليسيب المار ذكره $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$ وبالمقابلة

$$(٣) \quad \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}} \quad \text{أو} \quad \frac{1}{\frac{1}{2} - \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{5}}$$

ولنا نجبر المعادلة (٢) $\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2} + 1$ (٤)

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \quad \text{بالمقابلة بينهما}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \quad \text{بالجبر}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \quad \text{بالمقابلة والقسمة على ٢}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{1}{\frac{1}{2} + 1} \quad \text{بالتعويض عن ك في (٤)}$$

(١٨٢) قرن معادلتين أو أكثر معاً: أجز ذلك لاستفصال معادلات اصلح
العمل تكون كافية اما لافتاء المجولين ولما لافتاء احدهما والحد المعلوم

$$\text{مثال ٧} \quad ١٣ ك + ٧ ي = ٤٧$$

$$٧ ك + ١٣ ي = ٥٣$$

بدلاً من ان تضرب (١) في ٧ و (٢) في ١٣ او بالعكس اجمع
المعادلتين ثم اطرحهما وهكذا في كل الامثلة من هذا النوع

$$٢٠ ك + ٢٠ ي = ١٠٠ \quad \text{ومنها} \quad ٥ = ٥ ك + ٥ ي$$

$$٦ ك + ٦ ي = ٦ \quad \text{ومنها} \quad ١ = ١ ك + ١ ي$$

وهاتان اصلح للعمل من (١) و (٢) وقد تم فيهما توحيد مسجبي كل
من المجولين وبمحلها $٣ = ٣ ك$ $٢ = ٢ ي$

مثال ٨ على ذلك في ثلاث معادلات

$$(١) \quad ١٢ = ل + ي + ك$$

$$(٢) \quad ٢٠ = ل + ٢ ي + ك$$

$$(٣) \quad ٦ = ل + \frac{١}{٢} ي + ك$$

اضرب (٣) في ٣ فنحصل رأياً معادلة يتوحد بها جميعاً كل من ك و ل —

$$(٤) \quad ١٨ = ل + ٣ ي + ٣ ك$$

$$\text{اطرح (٤) من (٢)} \quad \frac{١}{٢} ي = ٢ ي - ٣ ك \quad ٤ = ٤ ي - ٦ ك$$

$$\text{اطرح (١) من (٢)} \quad ي = ٢ ل - ٨$$

$$\text{عوض عن ي بقيمتها} \quad ٨ = ل + ٢ - ٤ \quad ٢ = ل$$

$$\text{عوض عن ي و ل في (١)} \quad ٦ = ٤ - ٢ - ١٢ = ك$$

مثال ٩ على ما ينتج معادلة صالحة لاقتناء أحد المجهولين والحد المعلوم

$$(١) \quad ١٥ = ٥ - ي + ٢ ك$$

$$(٢) \quad ١٥ = ٢ - ي + ٣ ك$$

$$(٣) \quad ٣٠ = ٥ - ي + ٣ ك$$

$$\text{اجمع (١) و (٢)} \quad ٣٠ = ٧ - ي + ٥ ك$$

وهذه المعادلة هي كافية لاقتناء ي والحد المعلوم اذا طرحنا (٢) منها

$$٢ ك - ٤ = ٢ - ٥ \quad ٢ ك = ٣$$

عوض عن ك في (١) و (٢)

$$(٦) \quad ١٥ = ٢ + ي - ٩$$

$$(٧) \quad ١٥ = ٣ + ي - ٦$$

$$\text{يطرح (٦) من (٧)} \quad ٣ = ي$$

بالنعويض عن ي بقيمتها في ٦

$$١٥ = ٥ - ٣ + ٢ ك \quad ١ = ٢ ك \quad ٢ = ك$$

وقد يناسب قرن المعادلتين بالقسمة لاستحصل معادلات يقضى بها المجهول

مثال ١٠
$$\frac{44}{17} = \frac{ك + ل}{ن}$$
 (١)

(٢)
$$\frac{20}{17} = \frac{ك - ل}{ن}$$

(٣)
$$\frac{3520}{17} = \frac{ك - ل}{ن}$$

اقسم (٣) على (١)
$$80 = ك - ل$$

اقسم (٣) على (٢)
$$176 = ك + ل$$

ومنها
$$48 = ل \quad 128 = ك$$

بالنعو بض في (٢) عن (ك - ل) بقيتها ٨٠

$$68 = ن \quad \frac{1}{17} = \frac{1}{17} \quad \frac{2}{17} = \frac{2}{17}$$

(١٨٣) نظام المعادلات الدوري — هو التبادل الذي لو اجري بين

تجاهيلها وبين معلوماتها او بين مستحيات تجاهيلها في اية معادلة كانت من

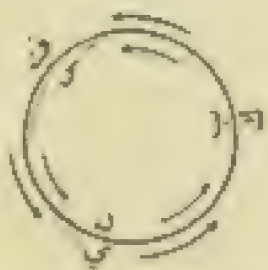
المعادلات المقروضة نقول الى معادلة اخرى منها

مثلاً
$$ك + ٢ ي = د \quad ٢ ك + ي = ب$$

اجر التبادل بين ك وي وبين د و ب فبحرث تنوب الواحدة منهما عن الاخرى

فصير الاولى
$$ك + ٢ ي = ب$$
 ذات الثانية

والثانية
$$٢ ك + ي = د$$
 الاولى



مثال اخر
$$ك + ٢ ي + ٣ ف = ب$$

$$٢ ك + ٣ ف + د = د$$

$$٣ ك + ٢ ي + ف = ف$$

شكل ١

لو اجري التبادل بين ف و ي و ك بحيث تنوب ف عن ي و ي
عن ك و ك عن ف وكذلك بين س، د، ب بحيث تنوب س عن د و د عن
ب و ب عن س حسبما نرى في الشكل اصارت المعادلة الاولى
نظير الثانية $ي + ٢ + ف + ٣ = ك + د$

ونصير الثانية نظير الثالثة والثالثة نظير الاولى وتميز المعادلات الدورية
عن غيرها ومعرفة كيفية التبادل فيها مهم كما سيأتي

(١٨٤) حل المعادلات الدورية : لنا حل هذه المعادلات فضلا عن
الاختصارات السابقة طريقة اخرى وهي :

حل احد المجاهيل ثم اجر على الحل نفس التبادل الدوري الذي تراه
جاربا على المعادلات الاصلية مثال ١١

$$(١) \quad ك + ي + ل = ب$$

$$(٢) \quad ي + ل + م = د$$

$$(٣) \quad ل + م + ك = س$$

$$(٤) \quad م + ك + ي = ط$$

يمكننا بضم هذه المعادلات ان نستخرج حسبما تقدم معادلة نصلح
لإلغاء ثلثة مجاهيل معا وهي

$$٣ ك + ٣ ي + ٣ ل + ٣ م = ب + د + س + ط$$

$$(٥) \quad اوك + ي + ل + م = \frac{١}{٣} (ب + د + س + ط)$$

بطرح المعادلة (١) من (٥)

$$م = \frac{١}{٣} (ب + د + س + ط) - ب$$

وبما ان المعادلات الاصلية دورية يمكننا اجراء التبادل الدوري على

هذا الحل بين ل، ي، ك، م، و بين ط، س، د، ب بحيث تنوب كل

كمية عما بعدها (ويحسن وضعها على محيط دائرة بهذا الترتيب)

$$\frac{1}{3} (ب + د + س + ط) - د = ك$$

$$\frac{1}{3} (ب + د + س + ط) - س = ي$$

$$\frac{1}{3} (ب + د + س + ط) - ط = ل$$

وذلك ما نجده أيضاً بطرح كل من المعادلات المفروضة من المعادلة الخامسة

مثال آخر (١٢) به مسيات المجاهيل

$$(١) \quad ك + ٢ ي + ٣ ف = ب$$

$$(٢) \quad ٢ ي + ٢ ف - ٣ ك = د$$

$$(٣) \quad ٢ ف + ٢ ك - ٣ ي = س$$

اجمع اطراف هذه المعادلات الى بعضها ثم اقس على ٦

$$(٤) \quad ك + ٢ ي + ٢ ف = \frac{1}{3} (ب + د + س)$$

$$(٥) \quad ٢ ك - ٢ ي - ٢ ف = د - ب$$

$$\text{اجمع (٤) او (٥)} \quad ٣ ك - \frac{1}{3} (ب + د + س) = د - ب$$

$$\text{القسمة على ٣} \quad ك = \frac{1}{3} (ب + د + س) + \frac{1}{3} (د - ب)$$

اما لفظة العمل فهكذا اطرح (٢) من (٣) واجمع المعادلة الحاصلة الى

المعادلة (٤) فنحل قيمة ي ثم اطرح (٣) من (١) واجمع المعادلة الحاصلة

الى (٤) ايضاً فنحل قيمة ف غير انه بما ان هذه المعادلات دورية اذ يمكن

تبادل ف، ي، ك و س، د، ب احرر نفس التبادل بقيمة ك فيحصل

$$٢ ي = \frac{1}{3} (د + س + ب) + \frac{1}{3} (س - د)$$

$$\text{ثم بهذه} \quad ٢ ف = \frac{1}{3} (س + ب + د) + \frac{1}{3} (ب - س)$$

مثال ١٣ (مسيات المجاهيل فيه ذات الحدود المعلومة)

$$(١) \quad ب + ن + ث = د$$

$$(٢) \quad ث + ك + د = ب$$

$$(٣) \quad د + ي + ب = ك$$

- اضرب (١) في د — د ب ن — د ث ي — د — (٤)
 اضرب (٢) في ب — ب ث ك + ب د ن = ب — (٥)
 اضرب (٣) في ث — د ث ي — ب ث ك = ث — (٦)
 اجمع هذه الثلاث
 ٢ ب ث ك = ب — + ث — د —

ومنها بالتقسمة ك — $\frac{\text{ب ث ك} - \text{ب} - \text{ث} - \text{د}}{٢}$
 (١) ٢ ب ث

ولا حاجة للعمل بالمعادلات السابقة لحل ي ون لانها دورية وحل
 احد مجهولها كافر لحل البقية لذلك اجر التبادل على المعادلة (٧) بين
 ن — ي — ك وبين ث — ب — د دوراً ثم اخرج

$$\frac{\text{د} + \text{ث} - \text{ب}}{\text{ي} -}$$

$$\frac{٢ \text{ ث د}}{\text{ب} - \text{د} - \text{ث}}$$

$$\frac{\text{ب} + \text{د} - \text{ث}}{\text{ن} -}$$

ولا فرق فيما اذا كان التبادل الدوري بين المجهول وبين الحدود
 المعروفة او كما سبق بين المجهول وبين مسيئاتها مثال (١٤)

$$(١) \text{ ك} + \text{ي} + \text{ن} = ١$$

$$(٢) \text{ د ك} + \text{ب ي} + \text{ث ن} = \text{ج}$$

$$(٣) \text{ د ك} + \text{ب ي} + \text{ث ن} = \text{ج}$$

افن المجهول ن : اضرب (١) في ث

$$(٤) \text{ ث ك} + \text{ث ي} + \text{ث ن} = \text{ث}$$

اطرح (٤) من (٣)

$$(٥) (\text{د} - \text{ث}) \text{ ك} + (\text{ب} - \text{ث}) \text{ ي} = \text{ج} - \text{ث}$$

اضرب (٢) في ث

$$(٦) \text{ ث د ك} + \text{ث ب ي} + \text{ث ن} = \text{ث ج}$$

اطرح (٦) من (٣)

$$(٧) \quad (د-ث) \quad دك + (ب-ث) \quad ب ي = ج (ج-ث)$$

لستخرج من (٥) و (٧) قيمة ك : نوجد مسمى ي فيهما اضرب

(٥) في ب

$$(٨) \quad (د-ث) \quad ب ك + (ب-ث) \quad ب ي = ب (ب-ث)$$

اطرح (٨) من (٧)

$$(د-ب) \quad (د-ث) ك = (ج-ب) (ج-ث)$$

$$(٩) \quad \frac{(ج-ب) (ج-ث)}{(د-ب) (د-ث)} = ك$$

ولا حاجة لاستخراج ي ون بالتعويض عن ك وغير ذلك مما مر بك
من العمليات لان هذه المعادلات دورية لا يمكن اجراء التبادل بين
ي ، ك وبين مسمياتها ت ، ب ، د دون تغيير فيها فالتحيز هذا
التبادل في (٩)

$$ي = \frac{(ج-ث) (ج-د)}{(ب-ث) (ب-د)}$$

$$(ب-ث) (ب-د)$$

$$ن = \frac{(ج-د) (ج-ب)}{(ث-د) (ث-ب)}$$

$$(ث-د) (ث-ب)$$

(١٨٥) : نحوي طرق الاختصار المارة على المعادلات التي ينبغي فيها

قبل حل المجاهيل استخراج مكشوفاتها مثال ١٥

$$(١) \quad د = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}$$

$$(٢) \quad ب = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}$$

$$(٣) \quad ه = \frac{١}{٤} + \frac{١}{٤}$$

اجمع هذه المعادلات لاستحصل معادلة يمكن بواسطتها اخفاء مجهولين

$$a + b + d = \frac{f}{y} + \frac{f}{x} + \frac{f}{d}$$

$$(٤) \quad \frac{a + b + d}{f} = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{d} \quad \text{بالقسمة على } f$$

اطرح (١) من (٤)

$$\frac{a + b + d}{f} - d = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{d} - d$$

$$(٥) \quad \frac{a + b + d}{f} - d = \frac{1}{y} + \frac{1}{x} + \frac{1}{d} - d$$

ولا حاجة لطرح (٢) و (٣) من (٤) لاستحصل مكفوف في ذلك ثم حلها بل اجر دور التبادل على المعادلة (٥) بين ف، ك، ي وبين ب، د

$$a + \frac{f}{d} = \frac{f}{b} + \frac{f}{d} + \frac{f}{y} \quad \text{فبحصل من ذلك}$$

$$\frac{f}{d} = \frac{f}{b} + \frac{f}{y} \quad \text{ثم على هذه}$$

(١٨٦) الضرب في كمية غير معينة : ليكن المطلوب حل المعادلات الآتية

$$(١) \quad b + k = m + l + s + j$$

$$(٢) \quad b + k = m + l + s + j$$

$$(٣) \quad b + k = m + l + s + j$$

اضرب المعادلة الاولى في ن والثانية في ف واجمع لتعطين (٣)

$$(b + n + f + b + k) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j)$$

$$(٤) \quad (b + n + f + b + k) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j)$$

ثم لتجعل مستوي ل و م صغراً فتصير المعادلة

$$(b + n + f + b + k) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j)$$

$$(٥) \quad (b + n + f + b + k) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j) + (m + l + s + j)$$

$$b + n + f + b + k$$

ثم لتعين فيمن ن وف من مسمي ل و م ونعوض عنها

م ن + د ف + د = او م ن + د ف + د = م

س ن + د ف + د = او س ن + د ف + د = س

بحسب الاصول السابقة

ن = م س + د ف = م س + د ف = م س

م س + د ف = م س + د ف = م س

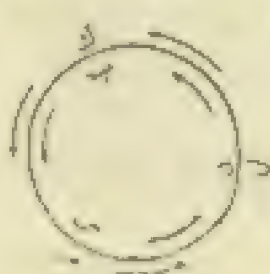
عوض في (ه) عن ن وف واضرب الخدين في م س = م س = م س = م س = م س

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

ولا حاجة هنا للتعويض عن ك لاستخراج فيمن ل و م لان هذه

المعادلات دورية اذ يمكن اجراء المبادلة كما في الشكل ٢



بين م ول وك وبين ب وس ود باشكالها

اي م س + د ف + د = م س + د ف + د = م س + د ف + د

دون تغيير في المعادلات الاصلية فلما بهذا

التبادل ل = م

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

وباجراء ذات التبادل على هذه المعادلة يحصل م =

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

(م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د) = (م س + د ف + د)

ملاحظة: لو اجري في المعادلات الاصلية تبادل علامات الحروف

ب د س ج اي بين م س + د ف + د = م س + د ف + د = م س + د ف + د

المعادلات الاصلية كما انه لو اجري هذا التبادل على الاجوبة لكان لنا
من الجزء الاول الجزء الثاني ومن الثاني الثالث لذلك يسهل ترتيب هذه
الدساتير باستعلامنا من م. د. س. ب. م. ا. ب. الجزء الاول من مخرج قيمة ك
(١٨٧) الضرب المنقطع او الدستور العام — خذ مسمي مجهولين في
معادلتين واستعلم فضلة حاصلتهما على شكل منقطع واضربها في مسمي
المجهول الثالث المطلوبة فيتم من المعادلة الثالثة فيحدث الجزء الاول
من المخرج

بادل بين مسميات كل من المجهول الثالث حسب نظامها الدوري مرة
ثم اخرى فيحصل الجزآن الاخران من المخرج (حسب الملاحظة)
عوض عن مسميات المجهول المطلوب بالحدود المعلومة التي تقابلها
في ذات المعادلة فتكون تلك الصورة شكل ٣



$$\text{مثلاً } ١٠ = م٣ + ل٢ + ك١$$

$$٣١ = م٤ + ل٦ + ك٥$$

$$٤٦ = م٩ + ل٨ + ك٧$$

خذ مسميات ل. م من المعادلتين (٢) و (٣) واضربها على شكل
منقطع فافضلة $٩ \times ٦ - ٤ \times ٨$ اضربها في ١ مسمي ك في الاولى
فالجزء الاول من المخرج $١ \times ٢٢ = ١ \times (٤ \times ٨ - ٩ \times ٦)$
اجر تبادل المسميات حسب الشكل

$$\text{فالجزء الثاني منه } ٥ \times ٦ = ٥ \times (٩ \times ٢ - ٣ \times ٨)$$

$$\text{وايضاً مرة اخرى فالجزء الثالث } ٧ \times ١ = ٧ \times (٣ \times ٦ - ٤ \times ٢)$$

ثم في الصورة ضع ١٠ عوض ١ و ٣١ عوض ٥ و ٤٦ عوض ٧

$$ك = \frac{٤٦ \times ١٠ - ٣١ \times ٦ + ١٠ \times ٢٢}{٧ \times ١ - ٥ \times ٦ + ١ \times ٢٢} = ٣$$

ثم عوض عن ك في (١) و (٢) واستعمل ل وم وحل ل . ذات الطريقة
خذ مسميات ل وم من المعادلتين (٢) و (٣) واضرب فضلة حاصلتهما
على شكل منقطع في ٢ مسمى ل في (١)

$$٢ \times ١٧ = ٢ \times (٤ \times ٧ - ٩ \times ٥) \quad \text{فالجزء الاول}$$

$$٦ \times ١٢ = ٦ \times (٩ \times ١ - ٣ \times ٧) \quad \text{وبالتبادل . الثاني}$$

$$٨ \times ١١ = ٨ \times (٣ \times ٥ - ٤ \times ١) \quad \text{الثالث . .}$$

وفي الصورة ضع ١٠ عوض ٢ و ٣١ عوض ٦ و ٤٦ عوض ٨

$$\begin{aligned} \text{ذات الطريقة} \quad ٢ = \frac{٤٦ \times ١١ - ٣١ \times ١٢ + ١٠ \times ١٧}{٨ \times ١١ - ٦ \times ١٢ + ٢ \times ١٧} = \text{ل} \\ ١ = \frac{٤٦ \times ٤ - ٣١ \times ٦ + ١٠ \times ٢}{٩ \times ٤ - ٤ \times ٦ + ٣ \times ٢} = ٢ \end{aligned}$$

تعميم

$$\begin{aligned} (١) \quad ٢٥ &= \text{ي} + \text{ن} \quad ١٥ = \text{ك} + \text{ي} \quad ٩ = \text{ك} + \text{ي} \\ (٢) \quad ٣ &= \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \quad ١٤ = \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \quad ١٤ = \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \\ (٣) \quad \text{ح} &= \text{ك} + \text{ي} \quad \text{ب} = \text{ك} + \text{ي} \quad \text{د} = \text{ك} + \text{ي} \\ (٤) \quad ١ &= \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \quad ١ = \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \quad ١ = \text{ك} + \text{ي} + \text{ل} \\ (٥) \quad ٢ &= \text{ن} + \text{ل} \quad ١٨ = \text{ن} + \text{ل} + \text{ي} + \text{ك} \\ (٦) \quad ٢٨ &= \text{م} + \text{ك} + \text{ي} \quad ٩ = \text{م} + \text{ك} + \text{ي} \\ (٧) \quad ٦ &= \text{م} + \text{ك} \quad ١١ = \text{ل} + \text{ك} \quad ٨ = \text{ي} + \text{ك} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
 \left. \begin{array}{l}
 \text{ل} = \text{ب} + \text{ي} = \text{ت} \\
 \text{ن} = \text{ح} + \text{ل} = \text{س}
 \end{array} \right\} (8) \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{ي} = \text{م} + \text{ن} \\
 \text{ك} = \text{ي} + \text{ا} \\
 \text{م} = \text{ل} + \text{ز} \\
 \text{م} = \text{ك} - \text{ز}
 \end{array} \right\} (9) \\
 \left. \begin{array}{l}
 \text{ك} = \text{ي} + \text{ز} = 5 \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{م} = 9 \\
 \text{ن} = \text{ل} + \text{ز} = 10 \\
 \text{ل} = \text{ف} + \text{و} = 29
 \end{array} \right\} (10) \\
 \begin{array}{l}
 \text{ك} = \text{ي} + \text{ا} = 6 \quad (11) \\
 \text{ك} = \text{ي} - \text{ا} = 6 \quad (12) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 8 \quad (13) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 8 \quad (14) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 10 \quad (15) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 10 \quad (16) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 12 \quad (17) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 12 \quad (18) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 14 \quad (19) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 14 \quad (20) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 16 \quad (21) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 16 \quad (22) \\
 \text{ا} = \text{ن} + \text{ك} = 18 \quad (23) \\
 \text{ا} = \text{ن} - \text{ك} = 18 \quad (24)
 \end{array}
 \end{array}$$

الفصل الرابع

في حل مسائل تتضمن مجهولين أو أكثر

(١٨٨) كل مسألة تتضمن مجهولين أو أكثر يجب أن يتكون منها حسب شروطها المختلفة معادلات قدر عدد المجهول ليتمكن حلها وترتيب هذه المعادلات افرض لكل مجهول حرفاً مختصاً به دون مجهول آخر ثم تصرف بهذه المجهول حسب افادة المسألة كما لو كانت معلومة على مثال ما رأيت في ترتيب معادلة المجهول الواحد وبياناً لذلك نكتبه بحل المسائل الآتية

(١) عددان ثلث مجموعهما ١٤ ونصف فضلتها ٤ فما هما

ليكن الاول ك والثاني ي فيموجب الشرط الاول من المسألة

$$(١) \quad \frac{ك + ي}{٣} = ١٤ \quad \text{أو} \quad ك + ي = ٤٢$$

$$(٢) \quad \text{وبالشرط الآخر} \quad \frac{ك - ي}{٢} = ٤ \quad \text{أو} \quad ك - ي = ٨$$

بحل المعادلتين ك = ٢٥ ي = ١٧

(٢) اي كسر اذا طرح ١ من صورته واخيف ٢ الى مخرجه صارت

فيه $\frac{١}{٢}$ واذا طرح ٧ من صورته و ٢ من مخرجه صارت فيه $\frac{١}{٣}$

ليكن الكسر $\frac{ك}{ي}$ فبالشرط الاول تصير الصورة ك - ١ والمخرج ي + ٢

وبالشرط الثاني تصير الصورة ك - ٧ والمخرج ي - ٣ فلنا

$$\frac{١}{٣} = \frac{ك - ٧}{ي - ٣} \quad \text{و} \quad \frac{١}{٢} = \frac{ك - ١}{ي + ٢}$$

$$\text{بحلها} \quad ك = ١٥ \quad ي = ٣٦ \quad \text{والكسر} \quad \frac{١٥}{٣٦}$$

(٣) رجل اشترى اذرعاً من الخام ثمن كل ٣ اذرع منها ٥ غروش

واذرعاً من الثيت ثمن كل ٥ منها ٩ غروش ودفع ثمنها كلها ٣٤٤٠ ثم باع

ربع مشتراه من الخلام $\frac{1}{4}$ مشتراه من الثبث يبلغ ١٠٨٠ غرشاً ويربح بذلك ١٠٠ غرش فكم ذراعاً اشترى من كل منهما

لكن اذرع الخلام كـ واذرع الثبث ي فثن الاولى $\frac{1}{4}$ وثن الثانية

$$(١) \quad \frac{1}{4} \text{ وحسب المسألة} \quad ٣٤٤٠ = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

وثن ربع اذرع الخلام $\frac{1}{4}$ وثن $\frac{1}{4}$ اذرع الثبث $\frac{1}{4}$ فحسب افادة المسألة

$$(٢) \quad ١٠٨٠ = ١٠٠ + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

$$\text{وبحلها ي} = ٨٠٠ \text{ و ك} = ١٢٠٠$$

(٤) اشتغل ٢ رجال ١٢ يوماً وه اولاد ٩ ابام في عمل قبلت

اجرة الجميع ٢٠٤٠ ثم اشتغل الاولاد ١٣ يوماً وه من هؤلاء الرجال ١٢

يوماً واخذوا اجرهم معاً ٢٢٠٠ غرش فكم كان يأخذ الرجل زيادة عن

الولد يومياً

لكن اجرة الرجل ك واجرة الولد ي فحسب افادة المسألة

$$(١) \quad ٢٠٤٠ = ١٢ \times ك + ٩ \times ي$$

$$(٢) \quad ٢٢٢٠ = ١٣ \times ك + ١٢ \times ي$$

$$\text{وبحل المعادلتين} \quad ك = ٢٠ \quad ي = ٨ \quad \text{و ك} - ي = ١٢$$

(٥) تركة وزعت بين عدة ورثة فاخذ الاول ٧٠ غرشاً و $\frac{1}{4}$ الباقي

ثم اخذ الثاني ١٤٠ غرشاً و $\frac{1}{4}$ الباقي ثم اخذ الثالث ٢١٠ غرشاً وسبع

الباقي وهكذا الى الاخير فوجدوا انصبتهم متساوية فكم هو عدد الورثة وكم

التركة وكم اصاب الواحد

لكن التركة ي وحصة الواحد ك وعدد الورثة $\frac{1}{4}$ فلنا

$$\text{حصة الاول} \quad ك = ٧٠ + \frac{1}{4} (١٠٠ - ك) \quad \text{والباقي ي} - ك$$

$$\text{وحصة الثاني} \quad ك = ١٤٠ + \frac{1}{4} (١٠٠ - ك) - ك$$

والمعادلتان كافيتان لحل ك وى فلا حاجة لاستخراج الانصبة الباقية
 اطرح (٢) من (١) واتم العمل ك = ٤٢٠ ي = ٢٥٢٠ الورقة ٦
 (٦) تاج الملك هبة رئون وزنه الفيلسوف ارخميدس في الهواء ١٠٠٠ درم
 وفي الماء ٩٤٢ درم فكم وجد فيه من الذهب وكم وجد من الفضة
 (من المعلوم ان ثقل الذهب النوعي ١٩٠٢٥ والفضة ١٠٠٤٧ وأن
 الجسم يختصر في الماء من وزنه قدر حجمه)
 ليكن الذهب ك والفضة ي فيكون ك + ي = ١٠٠٠

وخسارة الذهب من وزنه في الماء $\frac{ك}{١٩٠٢٥}$ وخسارة الفضة $\frac{ي}{١٠٠٤٧}$ ومن

كليهما حسب المسألة ١٠٠٠ - ٩٤٢ = ٥٨ فلنا

$$٩٤٢ = \frac{ي}{١٠٠٤٧} + \frac{ك}{١٩٠٢٥}$$

بحل المعادلتين ك = ٨٦١٠٠٧٥ وى = ١٣٨٠٩٢٥

تمريض

- (١) عددان فضلتها ٣٠ وثلت مجموعها ٢٠ فما هما
- (٢) عددان نصف فضلتها ٦ و $\frac{١}{٣}$ مجموعها تساوي الاصغر مع ٣٣
- (٣) اربعة رجال اقتسموا ٥٨٠٠ غرش فآخذ الاول مضاعف
 حصة الثالث والثاني ثلثة اجمال حصة الرابع والثالث والرابع اخذا ١٠٠٠
 غرش اقل من الاول فكم اخذ كل منهم
- (٤) $\frac{١}{١١}$ من عمر انيس اكثر بسنتين من $\frac{١}{٦}$ عمر حبيب ومضاعف
 عمر حبيب الان يساوي عمر انيس منذ ١٣ سنة . فكم عمرهما
- (٥) يمشي فريد في ٨ ساعات ١٢ ميلاً زيادة عما يشبه فؤاد في ٧
 ساعات وفؤاد يقطع في ١٣ ساعة ٧ اميال أكثر مما يقطعه فريد في ٩

ساعات فكم هو معدل سيرها في الساعة

(٦) سليم يقطع في ١١ ساعة ١٢ ميل اقل مما يقطعه امين في ١٢ ساعة وامين يسير في ٥ ساعات $\frac{1}{3}$ ميل اقل مما يسيره سليم في ٧ ساعات فما هو معدل سيرها في الساعة

(٧) اي كسر اذا اضيف ٢ الى مخرجه ساوى $\frac{1}{2}$ واذا اضيف ٢ الى صورته ساوى $\frac{1}{3}$

(٨) اي كسر اذا اضيف ٢ الى صورته و ١ الى مخرجه ساوى $\frac{1}{4}$ واذا طرح ١ من حدينه ساوى $\frac{1}{5}$

(٩) عدد ذو منزلتين قيمته ثلاثة امثال مجموع رقيه واذا اضيف اليه ٤٥ يحدث تبادل بين رقيه في المائتين فما هو

(١٠) قيمة رقي عدد ١٣ والفرق بين العدد وقيمه بعد مبادلة رقيه ٢٧ فما هو

(١١) رجل اخذ عدة اثواب سوداء وزرقاء ونصف عدد السوداء منها ساوي ثلث عدد الزرقاء ومضاعف عدد الاثواب جميعها يزيد ٤ على ٣ امثال البيضاء فكم عددها

(١٢) عدد اقل من ١٠٠٠ رقم احاده (٠) واذا تبادل رقما مائته وعشراته نقص ١٨٠ ولم اسقط نصف عدد مائته وتبادل رقما عشراته واحاده نقص ٤٥٤

(١٣) رجلان بينهما ٢٧ ميلاً اذا سارا لجهة واحدة يتلاقيان في ٩ ساعات واذا سارا لجهة متقابلة يتلاقيان في ٣ ساعات فما هو معدل سيرها في الساعة

(١٤) اذا سار نجيب سيرا اعتياديا افتضى له ليقطع ٣٠ ميلاً ٣ ساعات زيادة عن الوقت اللازم لسعيد ولو ان نجيب ضاعف خطوته لقطع ثلث المسافة قبله بساعتين فكم هي سرعة كل منهما في الساعة

(١٥) صراف اراد ان يدفع ١٨ قطعة من الفرنكات والبشاك
مقابل ٧٨ غرشاً فكم يجب ان يدفع من كل منهما اذا كان سعر البشاك
٣ غروش وسعر الفرنك ٥

(١٦) ما مضى من النهار ثم ما بقي فكم الوقت

(١٧) ثلاثة اعداد لو اخذ من ثالثها ٨ واضيف الى اولها صارت
متساوية ولو اخذ من ثانيها ٨ واضيف الى ثالثها صار الاول والثاني متساويين
وصار مضاعف الثالث خمسة امثال مجموعهما

(١٨) ١٣ ليرة عثمانية و ١٦ الكيزية قيمتها ٣٦٢٧٧ غرشاً و ١٦
عثمانية و ١٣ الكيزية ٣٦٢٧٠٥ فكم هو سعر الليرة من النوعين

(١٩) ٥ احصنة و ١٢ بقرة ثمنها ١٩٥٠٠ غرش و ٧ احصنة و ١٣
بقرة ثمنها ٢٦١٠٠ فكم هو سعر كل واحد من الخنسين

(٢٠) عدة وريثة اقسموها تركة فخذ الاول ١٠٠ غرش وعشر
الباقى منها ثم اخذ الثاني ٣٠٠ وعشر الباقي ثم اخذ الثالث ٣٠٠ وعشر
الباقى وهكذا الى الاخير فوجد ان التركة انقسمت بينهم بالسواء فكم
كانت التركة وكم كان عدد الورثة وحصة كل واحد منهم

(٢١) رفا حمام قالت واحدة من احداهما لآخرى لو جاءتنا ٣ مئكن
لصار عددنا مضاعف عددك فاجابتها الثانية لو جاءتنا ٣ مئكن لصرنا
متساويين فكم كان عددهما

(٢٢) لعب ثلاثة مع بعضهم واشترطوا ان المذهب يضاعف مال
الآخرين فلعبوا ٣ ادوار وخسر كل منهم دوراً فوجدوا اخيراً مع كل
منهم ١٢٠ غرشاً فكم كان مع كل واحد اولاً

(٢٣) اربع قلع هاجم العدو احداهما فارسلت لها كل واحدة من
البقيات اقراراً قدر ما فيها فلرند عنها العدو وهاجم الثانية فارسلت كل
واحدة من البقيات قدر ما كان فيها وهكذا الى ان ارتد العدو عن

الرابعة فصار عدد الجنود متساوياً في كل منها فكم كان في كل منها أولاً
 (٢٥) رجل له فرسان وسرج قيمته ٤٠٠ غرش فإذا وضع السرج
 على الفرس الاول صارت قيمته مضاعف ثمن الثاني وإذا وضع على الفرس
 الثاني صارت قيمته ثمن الفرس الاول فكم هو سعر كل من الفرسين
 (٢٦) اقسام ٩٠ الى اربعة اقسام بحيث اذا اضيف الى الاول ٢
 وشرح من الثاني ٢ وضرب الثالث في ٢ وقسم الرابع على ٢ تصير الاقسام
 كلها متساوية

(٢٧) رجل مزج خمر آباء ولو زاد من كل صنف ٤ ارطال لكان
 في المزيج ٧ ارطال من الخمر لكل ٦ ارطال من الماء ولو نقص من كل
 صنف ٨ ارطال لكان في المزيج ٦ ارطال خمر لكل ٥ ارطال ماء فكم
 رطلاً مزج من كل صنف

(٢٨) صانغ وزن قطعاً من الذهب والفضة فكان وزنها في الهواء
 ٨٤٠ درهماً ووزنها في الماء ٧٩٣٫٣٠ فكم يكون عيارها (العيار الصافي ٢٤)
 (٢٩) ثلاثة رجال اشترىوا كراماً بمئة دينار فلو اخذ ما مع الاول
 ونصف ما مع الثاني او ما مع الثاني وثلث ما مع الثالث او ما مع الثالث
 وربيع ما مع الاول كان المجموع ثمن الدار فكم ديناراً مع كل واحد
 (٣٠) ثلاثة رجال سافروا الى جهات مختلفة وكان ما قطعوه ٦٢
 ميلاً وكان بعد الاول اربعة امثال بعد الثاني مع مضاعف بعد الثالث
 و١٧ مثل بعد الثاني تعدل مضاعف بعد الاول مع ثلاثة امثال بعد
 الثالث فكم ميلاً بعد كل واحد منهم من مكان سفرهم

الفصل الخامس

في مناقشة المسائل والمعادلات من مجهولين

(١٨٨٩) لنا ما سبق دستور عام لحل مجهولين وهو (١٢٣)

$$\begin{array}{l} \text{ك} = \text{ص د} - \text{ص د} \\ \text{ب د} - \text{ب د} \end{array} \quad \text{و ي} = \begin{array}{l} \text{ب ص} - \text{ب ص} \\ \text{ب د} - \text{ب د} \end{array}$$

ومناقشة حلها في ٣ حالات

$$1 \text{ لنكن ص د} - \text{ص د} < \text{فقيمة ك الخارج الوحيد} > \begin{array}{l} \text{ب د} - \text{ب د} \\ \text{ب د} - \text{ب د} \end{array}$$

$$2 \text{ لنكن ص د} - \text{ص د} < \text{او} > \text{فقيمة ك مستحيلة} = \text{ص د} - \text{ص د} \begin{array}{l} \text{ب د} - \text{ب د} \\ \text{ب د} - \text{ب د} \end{array}$$

$$3 \text{ لنكن ص د} - \text{ص د} = 0 \text{ فقيمة ك غير معينة} \begin{array}{l} \text{ب د} - \text{ب د} \\ \text{ب د} - \text{ب د} \end{array}$$

ومثلها ي في الحالات الثلاث لان الصورة من قيمة ي تكون صفراً

او < او > حسباً تكون صورة ك

$$\text{مثلاً} \quad 2 \text{ ك} - 3 \text{ ي} = 5 \quad 5 \times 4 - 10 \times 2 = \text{ك}$$

$$4 \text{ ك} - 6 \text{ ي} = 10 \quad 10 \times 4 - 20 \times 2 = \text{ك}$$

اي ك = ١٠ فقيمتها غير معينة ومثلها قيمة ي لان المعادلتين متلازمتان

$$\text{مثال آخر} \quad 2 \text{ ك} - 3 \text{ ي} = 5 \quad 5 \times 4 - 10 \times 2 = \text{ك}$$

$$4 \text{ ك} - 6 \text{ ي} = 7 \quad 7 \times 4 - 14 \times 2 = \text{ك}$$

اي ك = ٧ وذلك مستحيل اذ لا تصح المساواة ك = ٧ = ٠

تعميم

(١) اي عددان ثلث الاول منها يساوي نصف الآخر الا ١

والثاني منهما مضاعف لثالث الاول و١

(٢) اي عددان ثلث الاول منها يزيد ١ عن نصف الآخر

والثاني منها يساوي ثلثي الاول مع ٦

(٣) رجل اشترى ١٥ رطلاً من الفهم و ٦ ارطال من الملح ودفع
ثمنها ٢٤ غرشاً فاراد رفيقه ان يشتري بالسعر ذاته ٣٠ رطلاً من الفهم
و ٨ ارطال من الملح فطلب منه البائع ٣٤ غرشاً فكم يكون سعر كل منهما
وهل صدق البائع بحسابه وكم يكون السعر لو طلب ٣٢ او ٣٠ غرشاً

الباب العاشر

في المعادلات الجذرية من الدرجة الاولى ومساثلها

الفصل الاول

في حل مجهول واحد

(١٩٠) لما بما تقدم يقتضى الاولوية الرابعة انه اذا ضرب طرفا معادلة في

طرفي معادلة اخرى تكون الحواصل متساوية اذاً ليكن

$ك = د$ بتربيع المعادلة اي ضربها في ذاتها $ك = د$

و $ك = ب$ بتكثيرها اي تكرارها ضاعفاً ٣ مرات $ك = ب$

بالعكس لما من $ك = د$ بتجذير الجانبين $ك = د$

ومن $ك = ب$ باخذ الجذر الكمي منها $ك = ب$

فلما من ذلك هذه القاعدة : اذا رقي جانباً معادلة الى قوة واحدة

او جذراً من دليل واحد لا تغير المساواة

وبتقتضى هذه القاعدة تحل كل معادلة جذرية بتربيع جانبها الى

قوة من اسم الجذر مثلاً $ك = ح$ رقيها الى القوة النونية $ك = ح$

واذا كانت الكمية المجهولة مرفوعة تحل باخذ جذرها من اسم تلك القوة مثلاً

$$ك = ١٧ \quad \text{او} \quad ك = ٢٧$$

خذ الجذر الكعبي من الجانبين $ك = ٣$ ثم بالتربيع $ك = ٩$
 (١٩١) تأتي المعادلات الجذرية على هيئات مختلفة فبسط منها ما يأتي مع
 بيان ما يجب مراعاته في حلها فضلاً عن القواعد السابقة في حل المعادلات
 أولاً : قد يكون المجهول أصلياً اما منفرداً مرتبطاً بذات المسعى دائماً
 واما مركباً مع كمية أخرى دائماً تحت الجذر فيجب حله هكذا
 استعلم قيمة المجهول الاصم مع مسماه وما تركب معه من الكميات ثم
 رقي الجانبين حسبما سبق واستعلم قيمة المجهول المطلوب

$$\text{مثلاً} \quad \frac{ك}{٣} + ٢ = \frac{ك}{١٢} + ٢٧$$

$$\text{بالجبر} \quad ٤ ك + ٢٤ = ك + ٢٧ \times ١٢$$

$$\text{بالمقابلة} \quad ٢٧ ك = ١٢ \times ٢٧ \quad \text{و} \quad ك = ١٢$$

$$\text{ثم بتربيع الجانبين} \quad ك = ١٤٤$$

$$\text{مثال (٢)} \quad \frac{ك}{٣} + ٣ = ٢ + \frac{ك}{٧} - ٥ \sqrt{٥ ك - ١٢}$$

$$\text{بالجبر} \quad ٧ ك + ٦٣ = ٦ ك + ٢١ - ١٠ \sqrt{٥ ك - ١٢}$$

$$\text{بالمقابلة} \quad ٢١ = ٥ ك \quad \text{بالقسمة على} \quad ٣ \quad ٧ = ٥ ك$$

$$\text{ربع الجانبين} \quad ٤٩ = ك \quad \text{ومنها} \quad ك = \frac{٤٩}{٥}$$

$$\text{مثال (٣)} \quad \frac{ك}{٢} + ١٠ = \frac{٤ + ك - ٧ \sqrt{٧}}{٥}$$

$$\text{بالجبر} \quad ٥٠ + ٢ ك - ٣٥ \sqrt{٧} = ٨ + ٤ ك - ١٤ \sqrt{٧}$$

$$\text{بالمقابلة} \quad ٢١ = ٤ ك - ٣٦ \sqrt{٧} \quad \text{ومنها} \quad ٢ = ك - ٩ \sqrt{٧}$$

$$\text{كعب الجانبين} \quad ٨ = ك - ٢٧ \sqrt{٧} \quad \text{ومنها} \quad ك = ١$$

ثانياً : قد يكون المجهول الاصح في معادلة واحدة تارة منفرداً وتارة مركباً مع كمية اخرى سواء وجد في المعادلة حد معلوم ام لا وقد يكون مركباً تارة مع كمية وتارة مع اخرى ولا حد معلوم في المعادلة فيجب حينئذ مراعاة ما يأتي

انقل المجهول المركب الى جهة والمجهول الاصح الى جهة اخرى مع المعلوم اذا وجد ثم رق الجانبين واتم العمل كما سبق

مثال (١) $n^2 + 8n - n^2 = 2$

انقل المجهول المنفرد الى جهة مع المعلوم

بتريع الجانبين $n^2 + 2 = n^2 + 8n$

وبالمقابلة $2 = 8n$

ومنها $n = 1$ بالترييع $1 = n$

مثال (٢) $n^2 + 9n + 9 - n^2 = 4 + 9n$

بنقل الحد الثاني $n^2 + 9n + 9 - 9n = 4 + 9n - 9n$

بالترقية الى القوة الرابعة $n^2 + 9n + 9 - 9n = 4 + 9n - 9n$

بالمقابلة $9 = 4$

مثال (٣) $2d - 4d^2 = 2 - 4d^2$

انقل ٢ الى جهة المعلوم والمجهول المركب الى جهة اخرى

ربع الجانبين $2d - 4d^2 = 2 - 4d^2$

بالمقابلة $2d - 4d^2 = 2 - 4d^2$

انقسم على ٢ $d = 1$

ومنها $d = 1$

نتيجه : قسمنا على ٢ المعادلة $d = 1$ وهي من الدرجة الثانية

ولها حلان كما سبق في ثلها الاخر هو ان نجعل بمقتضى ملاحظة (١٤٩)

الكية المقسوم عليها الطرفين $0 = ك$

$$\frac{1}{ن} = \frac{1}{1-ن+1^2} + \frac{1}{1+ن+1^2} \quad \text{مثال (٤)}$$

بالجبر وليكن المخرج المشترك $ن$ أي $(1-ن+1^2)(1+ن+1^2)$

$$1 = 1-ن+1^2 + 1+ن+1^2 \quad \text{بالمقابلة}$$

$$\frac{1}{2} = 1-ن+1^2 \quad \text{و} \quad \frac{1}{2} = 1+ن+1^2 \quad \text{ربع الطرفين}$$

$$\frac{1}{2} = 1-ن+1^2 \quad \text{وبالمقابلة} \quad \frac{1}{2} = 1+ن+1^2$$

ثالثاً يتفق ان يكون المجهول مركباً مع الكيات على صور مختلفة في

جملة حدود حينئذ يجب اخبار نقل الجاهيل الانسب لافنا بعض

الحدود المجهولة وفي الغالب نقول الى معادلات من الدرجة الثانية او ما فوقها

$$\text{مثلاً} \quad 2د + ك = د - ك$$

يصح تربيع المعادلة كما هي ويحسن نقل $د - ك$ ايضاً فلنا بالتربيع

$$2د + ك = د - ك$$

$$\text{بنقل } 2د + ك \text{ ثم القسمة على } 2 \quad 2د + ك = د - ك$$

$$\text{ربع الجانبين} \quad د - ك = 2د + ك$$

$$\text{وبالمقابلة والقسمة على } 5 \quad ك = \frac{2د}{5}$$

(١٩٣) مما يسهل حل هذه المعادلات مراجعة نظريات الكسر وتطبيق

العمل عليها كما مر بك في حل المعادلات البسيطة

$$\frac{1}{ب} = \frac{1}{1-ك+1^2} + \frac{1}{1+ك+1^2} \quad \text{مثال ١}$$

وحسب (٨٠ نظ ٤) كل منهما يساوي فضلة الصوريين على فضلة المخرجين

مثال (١) $٥ \text{ مك} - ٣ \text{ من} = ٣$ (١)

(٢) $٢٥ \text{ مك} - ٩ \text{ من} = ٨١$

افنك بضرب (١) في ٥ $٢٥ \text{ مك} - ١٥ \text{ من} = ١٥$ (٣)

اطرح (٣) من (٢) $٦ \text{ من} - ٦٦ = ١١$ و $١١ = \text{من}$

بالتعويض عن من في (١) $٥ \text{ مك} - ٣ = ٣٣$

ومنها $\text{مك} = \frac{٣٦}{٥}$ وكما سبق $\text{من} = ١١$

بالتربيع فيهما $\text{ك} = (\frac{٣٦}{٥})^٢$ و $\text{ن} = ١٢١$

مثال (٢) $٧ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} - ٣ \text{ مك} + ٨ \text{ ي} = ٦$ (١)

(٢) $٥ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} + ٦ \text{ مك} + ٨ \text{ ي} = ٤٥$

اولاً يجب حل فئتي $٣ \text{ مك} + ٣ \text{ ي}$ و $٨ \text{ مك} + ٣ \text{ ي}$ ثم يحذورها ثم ك و ي

اضرب (١) في ٢

(٣) $١٤ \text{ مك} + ٦ \text{ ي} - ٦ \text{ مك} + ٨ \text{ ي} = ١٢$

اجمع (٢) و (٣) $١٩ \text{ مك} + ١٤ \text{ ي} = ٥٧$

ومنها $٣ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} = ٣$ عوض بها في الجذر

$٧ \text{ مك} - ٣ \text{ مك} + ٨ \text{ ي} + ٣ \text{ ي} = ٦$ ومنها بالمقابلة ثم القسمة على ٣

$٨ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} = ٥$ وسبق ان $٣ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} = ٣$

بالتربيع فيهما $٨ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} = ٥$ و $٣ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} = ٩$

بحل المعادلتين حسبما سبق $\text{ك} = ٢$ $\text{ي} = ٣$

تقريب

(١) $٥ \text{ مك} + ٣ \text{ ي} - ٣ \text{ مك} + ٨ \text{ ي} = ٦$ (٢) $٨ = \frac{٣٦}{٥} - \frac{٣٦}{٥}$

(٣) $\frac{٢٨ + \text{مك}}{٦ + \text{مك}} = \frac{٢٨ + \text{مك}}{٤ + \text{مك}}$ (٤) $٩ = ٤ + \text{مك}$

$$(٥) \quad ٢ = ك + ١٢ \quad (٦) \quad ك - د = ك - \frac{١}{٢} د$$

$$(٧) \quad \frac{ك + ٢٨}{ك - ٢٨} = \frac{ب + ٩}{ب - ٩} \quad (٨) \quad \frac{١ - ك}{١ + ك} + ٤ = \frac{١ - ب}{١ + ب}$$

$$(٩) \quad \frac{١}{د} = \frac{ك - د + ٢}{ك - د - د} \quad (١٠) \quad \frac{٣}{٢٢} = \frac{٥ - ن}{٥ - ن + ١٣}$$

$$(١١) \quad ٢ + ن = ١٢ + ن \quad (١٢) \quad \frac{٢}{ن} = ن + ٤ + ن$$

$$(١٣) \quad ٢ + م = ٣ + م + ٤ \quad (١٤) \quad ح = ن + د + ن + د$$

$$(١٥) \quad ٢٧ - د = ٩ - د \quad (١٦) \quad ١٧ + ك = ٢ + ك$$

$$(١٧) \quad \frac{٢}{١} = \frac{٢ - ٣ + ٢}{٢ - ٣ - ٢} \quad (١٨) \quad \frac{٤٥}{١٠} = \frac{٢ + ٩ + ٢}{٢ + ٩}$$

$$(١٩) \quad ك + ب - ب + ك = ١٠ + ٢ + ٥$$

$$(٢١) \quad ك + د = د + ك$$

$$(٢٢) \quad ك + ٢ = ك - ٢ + ٢$$

$$(٢٣) \quad ٩ + ن = ن + ٩$$

$$(٢٤) \quad ك + ٨ = ك - ٨$$

$$(٢٥) \quad ك - ب + ٢ + ب = ك - ب + ب + ٢$$

$$(٢٦) \quad \frac{ب + ١}{ن} = \frac{ب + ١}{ن}$$

$$(٢٧) \quad \frac{٢}{ب} = \frac{٢ + ب + ٢}{ب + ٢}$$

$$(٢٨) \quad \frac{١}{٢} = \frac{١ + ٢}{٢} \quad ٢٢٠ + ٨ + ١٦$$

$$\frac{1 - 1 - 1}{2 - 1} = \frac{1 - 1 + 1}{1 - 1 + 2} \quad (29)$$

$$1 = \frac{1}{1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1} \quad (30)$$

$$\frac{3 - 1 - 1}{2 - 1} = \frac{3 - 1 + 1}{2 - 1 + 1} \quad (31)$$

$$\frac{6 - 1 - 1}{2 - 1} = \frac{6 - 1 + 1}{2 - 1 + 1} \quad (32)$$

$$\frac{3}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (33)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (34)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (35)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (36)$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \quad (37)$$

الفصل الثالث

في حل المسائل الجذرية

(١٩٥) يجب في ترتيب معادلات هذا الباب وحل مسائله مراعاة الاصول السابقة في حل بقية المعادلات البسيطة

(١) مثال رجل عن ماله فقال لو اشتريت اليه ٦٤ ريالاً ولأخذ الجذر المالي من المجموع لوجدت الجذر المالي من جفتره المالي فكم كان الحل
ليكن ماله x اشتريت اليه ٦٤ وجذره الجذر المجموع المالي فهو
 $x + 64$ وذلك يساوي $x^2 - 2$ والمعادلة $x^2 - 2 = x + 64$ $x^2 - x - 66 = 0$
ومنها $x = 225$

(٢) رجل عنده ثمانية من الفهم مثل عن عدد الـ ١٠٠٠ في كل منهما
فاجاب لو أخذ الجذر المالي من فضلهما ومن فضلة الاصغر من ١٠٠ فكان
مضاعف الجذر الاول يساوي ثلاثة امثال الجذر الثاني. ومجموع الجذرين
معاً يساوي الجذر المالي من عدد الاكبر

ليكن عدد الاول x وعدد الثاني y والجذر المالي من فضلهما
 x^2 والجذر المالي من فضلة الثاني $100 - y$ وحسب المسألة

$$(١) \quad x^2 - y = 300 \quad y = 100 - x^2$$

$$(٢) \quad x^2 - y = 100 - 3y \quad x^2 = 100 - 2y$$

ثم بالحل لنا المعوق عن $x^2 - y = 300$ في الثانية بقسمة

$$\text{الاولى} \quad \frac{x^2 - y}{x^2 - y} = \frac{300}{100 - 2y} \quad x^2 - y = 300$$

$$(٣) \quad \text{بالجبر وتربيع الجالين} \quad 2500 - 2500y = 300 - 300y$$

$$(٤) \quad \text{ومن تربيع الاول} \quad 2500 - 2500y = 300 - 300y$$

$$\text{ومن هاتين} \quad y = 10 \quad x = 135$$

تربيع ومسائل رياضية

- (١) أي عدد فضلة جذره المالي وجذر مجموعته إلى ٤ تساوي ٤
 (٢) أي عدد لو طرح ٥ من مضاعفه واخذ الجذر المالي من
 المجموع ثم اخذ ١٦ إلى ثلثة أمثال الحاصل ساوي ما كان الجذر المالي
 من مجموع ٣٦ إلى ١٥ مثل العدد
 (٣) نسبة مال فريد إلى مال مؤاد ٥ : ٣ ولو طرح من
 لاول ٥ ومن الثاني ٩ لكادت النسبة بين جذري الفضلتين الماليين ١٠ : ٧
 (٤) مثل رجل عن عمره فقال لو اخذت إليه ١٠ ثم اخذ جذر
 المجموع المالي وطرح ٢ مما كان بقي ٦ فكم كان عمره
 (٥) عددان مضاعفا ٣ ومجموع جذريهما الماليين ٥ فما هما
 (٦) أي عددان مضاعفا ٩ ولو اخذ مضاعف مجموعهما وطرح
 منه ١ لكان جذر الباقي المالي مساوياً لمجموع جذريهما الماليين
 (٧) مثلت امرأة عن عمر ولدها فقالت لو اخذت مجموع عمره إلى
 ٤ والباقي من طرحه من ٤ لكان جذرها الكميال مساوياً للجذر
 الكمي من المجموع مع الباقي فكم كان عمره
 (٨) نسبة اضلاع مثلث قائم الزاوية إلى بعضها كالنسبة بين ٥، ٤، ٣
 ومساحته السطحية ٢٤ متراً مربعاً فكم هو طول كل من اضلاعه
 (٩) مثلث قاعدته ٣٢ وسجترأ وارتفاعه ١٨ فما هو طول كل من
 ضاميه مستطيل مرسوم داخله إذا كان مجموع طوليها ٥٠
 (١٠) ما هو طول ضاميه مستطيل إذا زادت قاعدته ٥ اذرع
 ونقص ارتفاعه ٤ نقص مساحته ٢٠ ذراعاً مربعاً وإذا نقصت قاعدته ٤
 اذرع وزاد ارتفاعه ٥ اذرع تزيد مساحته ٥٩ ذراعاً مربعاً
 (١١) مثلث متساوي الساقين مرسوم في دائرة نصف قطرها ١٥
 متراً وطول ضاميه المتساويين ٢٤ فما هو طول قاعدته

(١٢) شبه منحرف ضلعه المتوازيان د و ب و ارتفاعه ح فما هو ارتفاع
المثلث الذي يحصل من اخراج الضلعين المتوازيين الى ان يتقاطعا
(١٣) اجلد على قاعدة مثلث نقطة يكون البعدان منها الى الضلعين
الاخرين متساويين

(١٤) ما هو نصف قطر دائرة تحيط بمثلث قائم الزاوية اضلاعه ١٥
و ٢٠ و ٢٥

(١٥) المطلوب رسم ثلاث دوائر مناسبة مراكرها رؤوس مثلث واحد
(١٦) اسطوانتان من قاعدة واحدة العليا منهما من الخشب وطولها
منز والسفلى من البلاتين القينا في الماء فغمرها حتى سطح العليا فكم كان طول
الاسطوانة السفلى ا ثقل الخشب النوعي ٠.٥ وكثافة البلاتين ٢.١١٥
(١٧) سبيكة فضة من عيار ب وزنها د فكم يجب ان يزداد عاينها
من سبيكة اخرى عيارها ح لتصير من عيار س

(١٨) مخروط من حديد نصف قطره ٠.٦ وعرضه ٠.١٢
منز التي ورأسه من اسفل في الزئبق فكم يغمر الزئبق من علوه وكثافة
الحديد ٧.٧٩ وكثافة الزئبق ١٣.٥٩٦

(١٩) قطعة حديد سقطت من بالون وبلغت سطح الارض في ١٢
ثانية فكم كان ارتفاع البالون ا معدل السقوط ٤.٩ منز في اول ثانية ا
(٢٠) رجل وضع ثوبا في احدى كفتي ميزان واقفة في الاخرى
خففت الموازنة بينهما ثم وضع الثوب في الكفة الثانية فانقضت الموازنة
ان يضع في الاولى علاوة على الافة ٨٠ درهما فما هي النسبة بين ذراعي
الميزان وما هو وزن الجسم الحقيقي

تم الجزء الاول وسيله الجزء الثاني بعون الله

هذا ولما كان الغرض من هذا الكتاب مجرد الخدمة العلمية أطاعت
عليه تحقيقاً لبرغي هذه الامنية حضرة العالمين العاملين والرياضيين
الفاضلين اسناداً التمهيد اسعد الهندي الشدودي والعلامة التحرير ابراهيم
الهندي الخوراني وبالنظر لما يعمد فيهما من طول الباع وسعة الاطلاع
والتجربة في تقرير الحقائق وتأدية الشهادات الصادقة والافعال الحقة
جعلت شهادتيهما الاتيين رياً خروامه ومساك ختامه

طلعت الجزء الاول من كتاب سبائك التبر في اصول الخير فوجدته
تأليفاً نفيساً لم ينسج على منواله في العربية نظراً لحسن ترتيبه ووفرة
مؤلفه وبديع اسلوبه الجديد فقد تضمن ما لم يذرك الا بالجهاد الفكرة
وممارسة البحث فنصح لارباب هذا الفن ومديري المدارس بالاعتماد على
هذا المؤلف الجديد بالمطالعة والتدريس ونعوض حضرة المؤلف الفاضل
خالص التناء على حلوص خدمته العلمية

تحريراً في ١٥ نيسان سنة ١٩٠١

صكاكته

اسعد الشدودي

كتاب سبائك التبر من احسن ما ألف في علم الخير . فانه حسن
التبويب متعمك الترتيب . متين المباني جلي المعاني . غزير المادة
سهل الجادة . جامع الاصول حري بالقبول . فليزده الطلاب سلسال
ورده . ويشاركونا في مدح ناسج برده

كاتبه

في ٢٢ نيسان سنة ١٩٠١

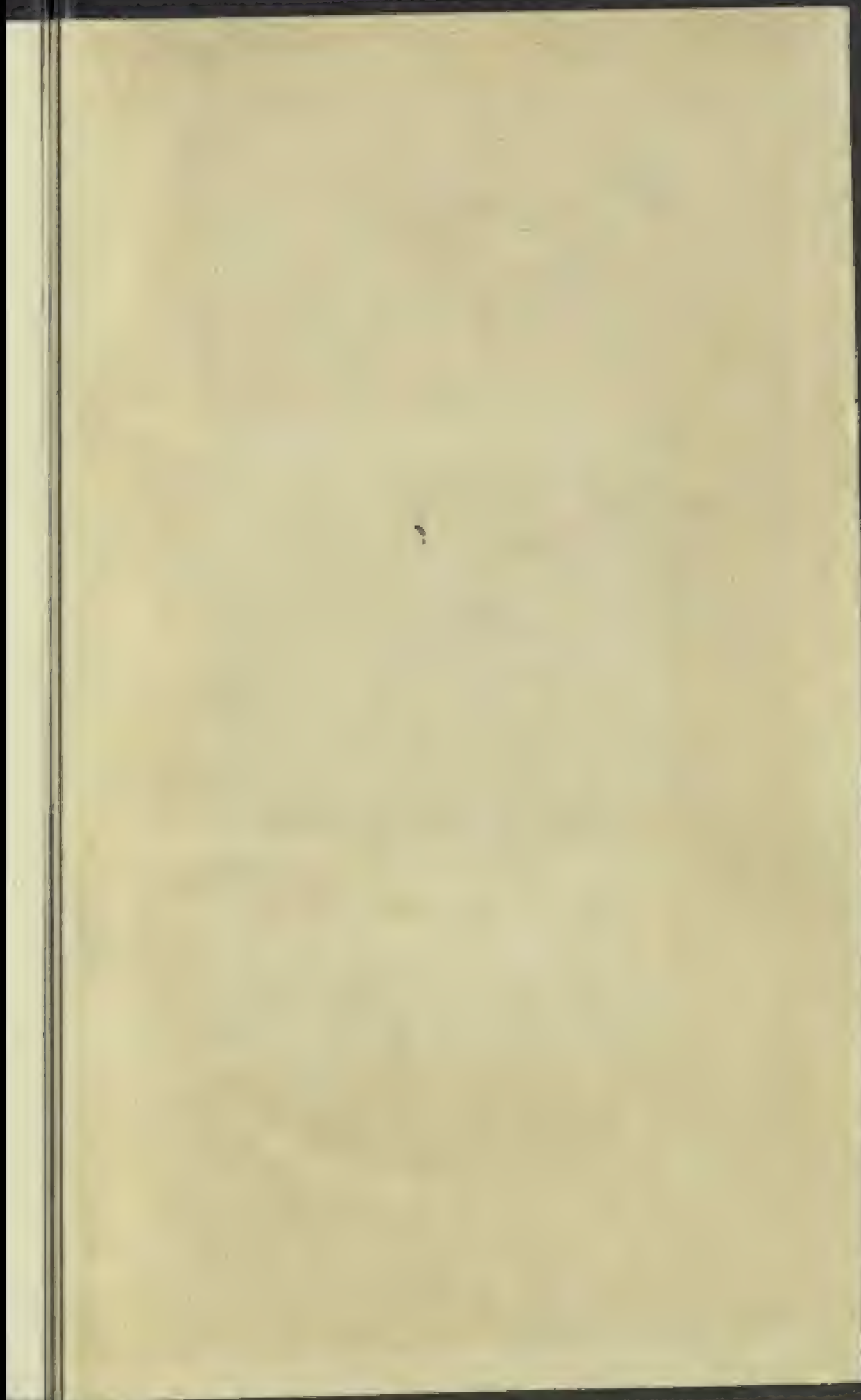
ابراهيم الخوراني

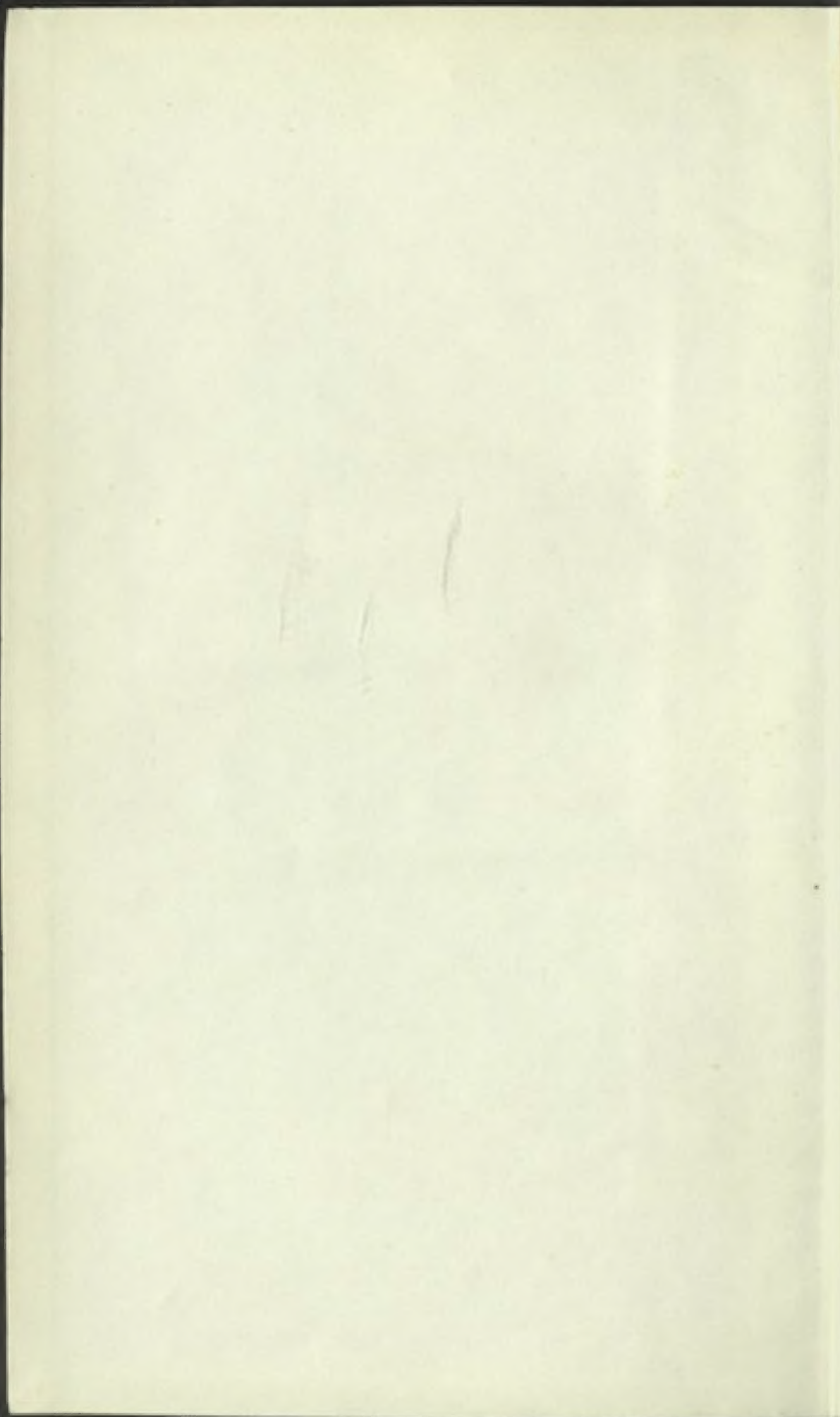
اصلاح خطأ

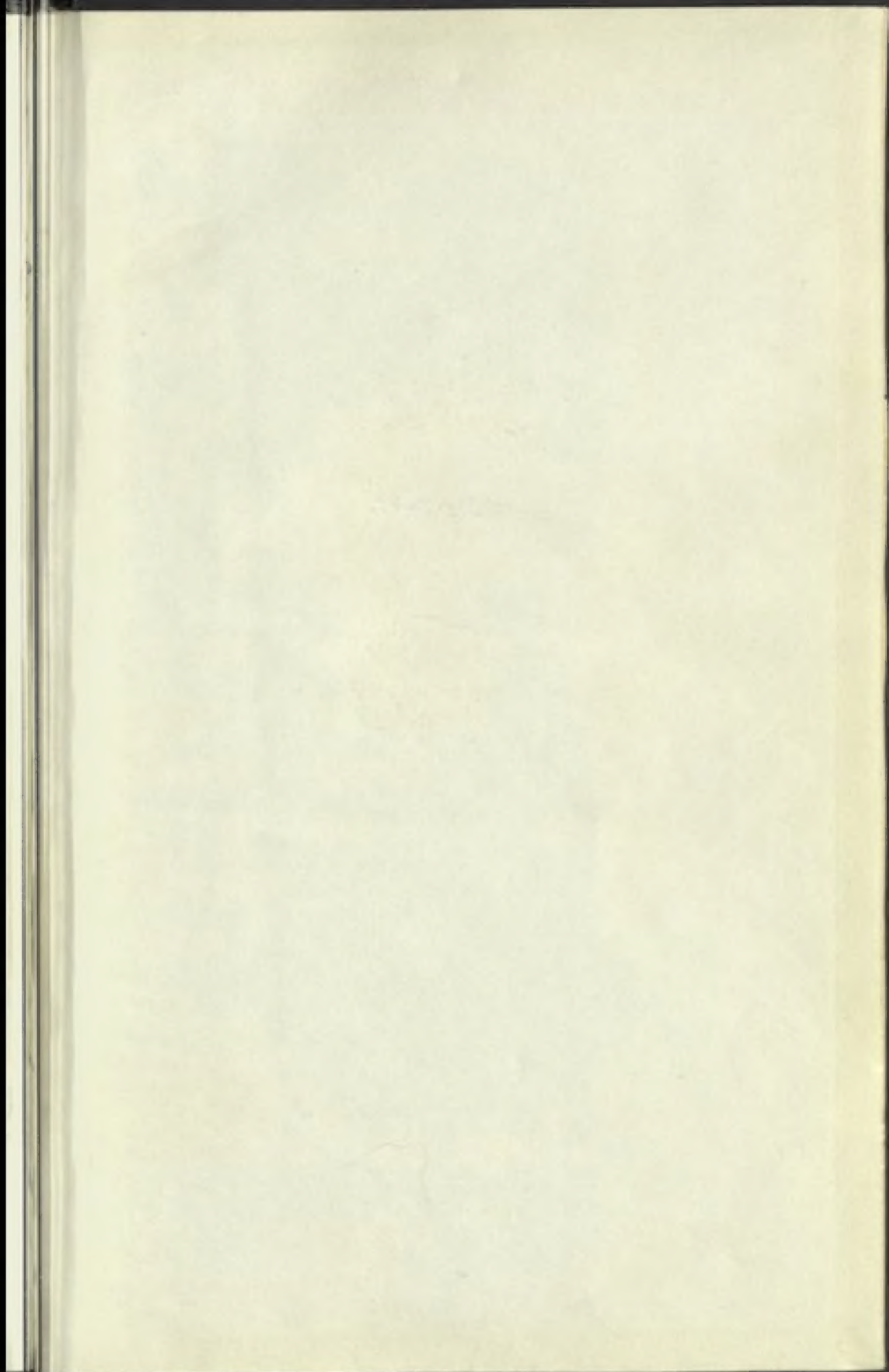
وجه	مطار	خطا	صواب
١٣	١٤	١٠٥	٨٠
١٦	١٤	غرتا	غرش
١٦	٩	لرکن (ع معدل الواحد او م	
١٧	١٦	:	:
٣٥	١٥	الاعلى فما تحته	العليا فما دونها
٥٥	٣	٣ ٤	٣ ٤
٩٥	٣١	٥	٥
١٦٩	٢٠	مصححة ود ستوره	مصححة ود ستوره
١٩٢	٢٣	ومجهولان	(حذفها)

ورقت عدد الطبع انما لا غيرها فاعرفه لليب

صفحة	سطر	خطا	صواب
٩١	٣	د — ب	د — ب
٩٤	١٤	مساقي ثان قتال اول	قتال اول فساقي ثان
١١٨	٤	٢٤٣ ك	٢٤٣ ب
١٣٨	١٠	تم ك	تم د
١٣٠	١٣	ب ام ب	ب ام ب
١٣٨	٩	٢ (مخرج)	٢
١٣٩	١٦	تم — ن	تم — ن
١٤١	٢	ب —	ب —
١٤٢	١٩	ب —	ب —
١٥٣	١٧	ب —	ب —
١٧٤	٨ — ٧	يزيد — ينقص	ينقص — يزيد
١٧٦	٣	د ٣	د ٣
١٨٥	١٣	ي — ص	م — ص
٢٢١	٣	د ك — ب	د ك — ب
٢٢٢	١٥	ك — ب	ك — ب
٢٢٣	١٤	في الخذر	في الخذر
٢٢٣	١٥	صوابه	٣٢٧ — ٣ — ٨ ك + ٣ ي
٢٢٨	٢	الموازيين	الاخرين
٢٢٨	٢١	الحسم	التوب







512:L92sA:v.1:c.1

لبنان، جبران يوسف

سبائك القبر في اصول الجبر

AMERICAN UNIVERSITY OF BEIRUT LIBRARIES



01025174

AMERICAN
UNIVERSITY OF
BEIRUT



5/2
L92AA
v.1:c.1